А.А. ДАВЫДОВ

ИНТЕРВАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

ДАВЫДОВ Андрей Александрович - доктор философских наук, ведущий научный сотрудник Института социологии РАН.

Традиционно сложилось так, что при анализе различных социальных систем исследователи более часто используют так называемые точечные оценки, которые определяются одним числом. Это относится к долям, средним, коэффициентам связи, индексам и т.д. Широкое использование такого рода оценок позволяет говорить о доминировании точечной аналитической стратегии. Думается, она обусловлена идеалом точного естественно-научного знания, который доказал свою эффективность в постижении природных явлений.

Между тем социальные системы предстают сложными, открытыми, развивающимися организмами, их внутренние механизмы до конца не поддаются раскрытию, здесь опыты уникальны, сопоставимые повторы исследований часто невозможны, выборочные наблюдения всегда ограничены, измерения производятся со значительной ошибкой. Поэтому точечная стратегия не вполне адекватна социальной специфике.

При анализе эмпирических результатов исследования социальных систем возникает задача объединения неаддитивных величин, сумма которых не равна сумме частей. Допустим, мы проводили мониторинг общественного мнения и получили некие результаты:

Год опроса	1991	1992	1993	1994	1995
Доля удовлетворенных жизнью. %	20	10	5	8	30

Исследовательский вопрос формулируется следующим образом. Какова доля удовлетворенных жизнью за период 1991 — 1995 гг.? При традиционном анализе находится некоторая средняя величина, как правило, средняя арифметическая. Очевидно, что при таком подходе теряется часть полезной информации, содержащейся в наблюдаемых данных, а дополнительное вычисление дисперсии полностью не решает проблему. Более полный ответ на поставленный вопрос может быть таким. Доля удовлетворенных жизнью за период 1991-1995 гг. заключена в интервале от 5% до 30%.

Неудовлетворенность точечной стратегией стимулировала интерес исследователей к интервальным методам анализа. Так, например, В.П. Кузнецов предлагает использовать интервальную вероятность, интервальное среднее арифметическое и т.д. [Г]. В 1968 г. были разработаны аксиомы интервальной арифметики [2,3]. Кратко рассмотрим их.

$$A = [a_1, a_2] \qquad (1)$$

где А – интервальная величина

a_1 – левый конец интервала

a_2 – правый конец интервала

Два интервальных числа $A = [a_1, a_2]$ и $B = [b_1, b_2]$ называются равными (записывается $A = B$), если $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$. (2)

Отношение порядка определяется так: $A < B$ тогда и только

тогда, когда $a_2 < b_1$. (3)

Абсолютная величина $|A| = \mathbf{max} \{|a_1|, |a_2|\}$ (4)

Шириной интервала $A = [a_1, a_2]$ называется $r(A) = a_2 - a_1$, $r \geq 0$. (5)

$$A + B = [a_1 + b_1, a_2 + b_2] \qquad (6)$$

$$A - B = [a_1 - b_2, a_2 - b_1] \qquad (7)$$

$$A \cdot B = [a_1, a_2] \cdot [b_1, b_2] = [\mathbf{min}\,(a_1b_1, a_1b_2, a_2b_1, a_2b_2), \mathbf{max}\,(a_1b_1, a_1b_2, a_2b_1, a_2 b_2)] \qquad (8)$$

$$A:B = [a_1 \cdot a_2] \cdot [1/b_2, 1/b_1] \qquad (9)$$

$X = [0,0]$ и $Y = [1,1]$ – единственные нейтральные элементы сложения и

умножения. (10)

Расстояние $\mathbf{d}(A,B)$ между двумя интервалами А и В определяется метрикой

Хаусдорфа $\mathbf{d}(A,B) = \mathbf{max} \{|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|\}$ (11)

Из (6-9) вытекает, что особенностью интервальной арифметики является следующее: вычитание необратно сложению, деление необратно умножению.

Вместе с тем, многие признаки социальных систем бывают не только количественными, но и качественными, они имеют фиксированные нижние и верхние границы интервала, что накладывает ограничения на использование аксиом (6-9). Кроме того, аксиомы (1-10) не учитывают количество наблюдаемых чисел внутри интервальной величины.

В настоящей статье изложено расширение традиционных интервальных методов анализа. Данное расширение основано на теории множеств, учитывает количественные и качественные величины, количество наблюдаемых показателей внутри интервальной величины. Скажем сразу, что автор не претендует на математическую строгость изложения и свою цель видит в привлечении внимания социологов и математиков к возможностям интервальных методов анализа социальных систем.

Примем следующее расширенное обозначение интервальных величин.

Определение 1. А = [a_1,; a_2; m], где А - интервальная величина; a_1 - левый конец интервала (нижняя граница интервальной величины А); a_2 - правый конец интервала (верхняя граница интервальной величины А); m— мощность интервальной величины.

Определение 2. Мощность интервальной величины равна количеству наблюдений, заключенных в интервале [$c_/$,; a_2], причем нижняя и верхняя границы учитываются.

Определение 3. Если в интервальной величине А $a_t = a_2$, то такую интервальную величину условимся называть вырожденной.

Определение 4. Мощность вырожденной интервальной величины равна 2.

С учетом введенных нами определений (1-4) интервальная величина удовлетворенных жизнью из предыдущего примера может быть записана так: ДУ (1991-1995) = = 15; 30; 5].

Два интервальных числа А = [a_1, a_2, m_a] и В = [b_1. b_2; m_b,] называются равными (записывается А = В), если $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$, $m_a = m_b$,. (12)

Отношение строгого порядка определяется следующим образом: А < В, тогда и только тогда, когда $a_2 < b_1$, $m_a < m_b$. Если учитывается только $a_2 < b_1$, то такой порядок называется нестрогим. (13)

Рассмотрим теперь две дополнительные операции над интервальными числами, удовлетворяющие определению **I**.

Операция объединения А U В = [$Xmin$; $Xmax$; m] (14)

где $Xmin$ - минимальное значение на множестве АВ; $Xmax$ - максимальное значение на множестве АВ; m — мощность; U - операция объединения.

Правило 1. Алгоритм вычисления объединения состоит из трех этапов. Во-первых, выписываем в возрастающем порядке все числа, принадлежащие А и В. Во-вторых, подсчитываем общее количество чисел, причем совпадающие числа учитываются. Полученная величина соответствует мощности. В-третьих, находим наименьшее и наибольшее числа в ряду. Полученные значения границ и мощности записываем в соответствии с определением **1.**

Правило 1. Вычисление ширины интервала при вводимых нами операциях осуществляется только по полученной интервальной величине.

Рассмотрим операцию объединения на предыдущем примере. Пусть А (1991-1993)= [5;2();3], В (1993-1995) = [5;30;2]. Найдем С (1991-1995). А U В = С = = [5;2O;3] U [5;30;2] = [5;30;5].

Рассмотрим теперь операции исключения. При операциях исключения интервальная величина А представляет систему в целом, а интервальная величина В часть системы А. Очевидно, что часть не может быть больше целой системы.

Операция исключения.

Если a_1,=b_1 , $a_2 > b_2$, то AU В = [b_2; a_2] **(15)**

Если $a_1 < b_1$, $a_2 = b_2$, то AU В = [$a_/$,;b_2] **(16)**

Если $a_1 < b_1$, $a_2 > b_2$, то AU B =[a_1 ; a_2] **(17)**

где U - операция исключения.

Правило 3. Алгоритм вычисления исключения состоит из четырех этапов. Во-первых, выписываем в возрастающем порядке все, числа принадлежащие А. Во-вторых, из полученного ряда исключаем числа, принадлежащие В. В-третьих, подсчитываем количество оставшихся чисел - находим мощность. В-четвертых, находим наименьшее и наибольшее числа в ряду. Полученные значения границ и мощности записываем в соответствии с определением 1.

Проиллюстрируем операцию исключения на предыдущем примере. Пусть С (1991-1995) = [5;3O;5]. А (1991-1993) = [5;20;3]. Вычислим В. В = С U A = [5;30;5] O [5;2();3|= = [8;30;2].

Расстояние между А и В. Если представить характеристики интервального числа А *[a_1 ; a_2, m_a]* как координаты числа А, а характеристики числа В [b_1 ; b_2; m_b] как координаты числа В, то расстояние d(A,B) можно определить с помощью следующей формулы

$$d = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (m_a - m_b)^2}$$

(18)

По данной формуле расстояние *(d)* между А (1991-1993) и В (1993-1995) из предыдущего примера будет равно **10**. Если вычислены расстояния между несколькими интервальными величинами, то полученную матрицу расстояний можно проанализировать с помощью кластерного анализа или многомерного шкалирования.

Использование характеристик интервального числа А [a_1;a_2;m_a] в качестве осей координатного пространства также позволяет проанализировать динамику числа А в различные моменты времени и выявить закономерности его траектории.

Для изучения связи между двумя интервальными числами можно применять различные меры связи, например коэффициент корреляции. В этом случае коэффициент корреляции рассчитывается для пар a_1b_1,a_2b_2,m_a,m_b. .В итоге мы получим три коэффициента корреляции, которые показывают тесноту связи между двумя интервальными величинами А и В. К полученным коэффициентам корреляции необходимо применить операцию объединения (14). В результате получается интервальное число, которое показывает тесноту связи между А и В.

До сих пор мы рассматривали операции с количественными признаками, однако для качественных признаков также справедливы операции объединения (**14**) и исключения **(15-17).** Упорядочивание качественных признаков может быть осуществлено по разным основаниям, например в алфавитном порядке. Если пронумеровать алфавитный порядок так, что *а* = 1, *б* = 2, *в* = 3 и т.д., то по формуле (**18**) можно найти расстояние между двумя качественными интервальными числами.

Даже на ограниченном числе примеров видно, что при интервальном анализе возрастает объем вычислений, но зато учитывается специфика социальных систем, мы получаем больше информации, чем при использовании точечных оценок и появляются новые возможности анализа социальных явлений и процессов. Интервальный анализ позволяет более обоснованно подходить к сравнению и интерпретации полученных эмпирических результатов, поскольку не создает иллюзии точности измерения, как точечные оценки. Особенно это касается широко распространенных процедур сравнения рейтинга политиков, товаров, услуг и прогнозирования электорального поведения избирателей по результатам опросов общественного мнения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кузнецов В.П.* Интервальные статистические модели. М.: Радио и связь. 1991.
2. *Калмыков С.А.. Шокин Ю.И.. Юлдашев З.Х.* Методы интервального анализа. Новосибирск.: Наука. 1986.
3. А*лефельд Г.. Херцбергер Ю.* Введение в интервальные вычисления. М.: Мир. 1987.