

## **ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА**

**Наименование дисциплины**  
**Математический анализ**

**Рекомендуется для направления (ий) подготовки (специальности (ей))**

**080100.62 – «Экономика» подготовки бакалавра**

**Квалификации (степени) выпускника Бакалавр**

**1. Цели и задачи дисциплины:** ознакомление с фундаментальными методами дифференциального и интегрального исчислений. Математический анализ является основой для изучения других математических курсов, дает необходимый математический аппарат для изложения экономических дисциплин.

**2. Место дисциплины в структуре ООП:**

Учебная дисциплина «Математический анализ» входит в цикл общих математических и естественнонаучных дисциплин; требования к входным знаниям и умениям студента – знание элементарной математики: алгебры, элементарных функций, умение дифференцировать; данная дисциплина является предшествующей для следующих дисциплин: Макроэкономика, Микроэкономика, Теория отраслевых рынков, Экономика общественного сектора, Институциональная экономика, Теория вероятностей, Эконометрика, Математическая статистика, Методы оптимальных решений, Дифференциальные уравнения.

**3. Требования к результатам освоения дисциплины:**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих профессиональных компетенций: ПК-2, ПК-3, ПК-5, ПК-14, ПК-15.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные определения и понятия изучаемых разделов математического анализа.

**Уметь:** использовать математические методы в технических приложениях.

**Владеть:** методами математического анализа.

**4. Объем дисциплины и виды учебной работы**

Вид учебной работы	Всего часов / зачетных единиц	Семестры	
		1	2
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	168		
В том числе:	-	-	-
Лекции	80	x	x
Практические занятия (ПЗ)			
Семинары (С)	88	x	x
Лабораторные работы (ЛР)			
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>	120		
В том числе:	-	-	-

Курсовой проект (работа)			
Расчетно-графические работы			
Реферат			
<i>Другие виды самостоятельной работы</i>			
Самостоятельная работа	100	x	x
Выполнение домашнего задания	20	x	-
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		x	x
Общая трудоемкость	часы	288	
	зачетные единицы	8	

*(Виды учебной работы указываются в соответствии)*

## 5. Содержание дисциплины

### 5.1. Содержание разделов дисциплины

#### Тема I. Введение. Элементы теории множеств и функций.

Предмет математического анализа и его роль в экономической теории. Понятие множества и подмножества. Пустое множество. Множество всех подмножеств множества. Операции над множествами. Декартово произведение множеств. Соответствие, отношение, бинарное отношение. Взаимно однозначное соответствие. Эквивалентные множества, счетные и несчетные множества. Примеры. Элементы математической логики: логические символы, утверждение, следствие, прямая и обратная теоремы, необходимые и достаточные условия. Понятие отображения (функции), его области определения и области значений. Элементарные функции. Обратное отображение. Композиция отображений. Множество всех действительных чисел и множество всех точек числовой прямой, эквивалентность этих множеств. Свойства действительных чисел. Подмножества множества действительных чисел. Ограниченные (сверху, снизу) и неограниченные (сверху, снизу) множества. Наибольший (наименьший) элемент множества. Верхняя (нижняя) грань множества. Теорема о существовании верхней (нижней) грани. Понятие окрестности действительного числа (точки) и окрестности с выколотым центром. Понятие предельной точки точечного множества на числовой прямой. Внутренние и граничные точки. Множества плотные в себе, совершенные множества. Открытые и замкнутые множества.

Основная литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.

2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.

3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

Дополнительная литература

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов / Под редакцией Демидовича Б.П. М.: Наука, 1978.

2. Волкова И.О., Крутицкая Н.Ч., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: ВШЭ, 1998.

3. Математический анализ для экономистов. / Под ред. А.А. Гриба и А.Ф. Тарасюка. М.: ФИЛИН, 2000.

4. Щипачев В.С. Математический анализ: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999.

## **Тема II. Предел и непрерывность функции одной переменной.**

Примеры последовательностей. Предел числовой последовательности. Существование предела у ограниченной монотонной последовательности. Лемма о вложенных отрезках. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности. Лемма о существовании предельной точки у ограниченного бесконечного множества на числовой оси. Предел функции одной переменной. Односторонние и двусторонние пределы. Бесконечно малые (бесконечно большие) величины и их связь с пределами функций. Функции одной переменной, не имеющие предела в точке и на бесконечности. Свойства операции предельного перехода. Предельный переход в сложной функции. Первый и второй замечательные пределы. Второй замечательный предел в задаче о начислении процентов. Символы  $o$ -малое и  $O$ -большое и их использование для раскрытия неопределенностей. Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность основных элементарных функций. Непрерывность сложной функции. Верхняя (нижняя) грань, глобальный максимум (минимум) функции в ее области определения. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши о непрерывной на отрезке функции. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции у строго монотонной функции, непрерывной на отрезке. Равномерная непрерывность функции и теорема Кантора.

Основная литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.
3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

Дополнительная литература

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов / Под редакцией Демидовича Б.П. М.: Наука, 1978.
2. Волкова И.О., Крутицкая Н.Ч., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: ВШЭ, 1998.
3. Математический анализ для экономистов. / Под ред. А.А. Гриба и А.Ф. Тарасюка. М.: ФИЛИН, 2000.
4. Chiang A. C. Fundamental Methods of Mathematical Economics. N.Y.: McGraw Hill, 1984.

### Тема III. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Понятие производной функции одной переменной. Геометрическая и экономическая интерпретации производной. Уравнение касательной. Понятие о предельной полезности продукта и предельной производительности ресурса. Понятие об эластичности функции. Понятие дифференцируемой функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Связь непрерывности и дифференцируемости функции одной переменной. Производная суммы, произведения, частного, сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Производные основных элементарных функций. Понятие дифференциала функции одной переменной. Геометрическая интерпретация дифференциала. Свойства дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной и их свойства. Иллюстрация экономического смысла второй производной.

Основная литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
2. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.
3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

## Дополнительная литература

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов / Под редакцией Демидовича Б.П. М.: Наука, 1978.
2. Волкова И.О., Крутицкая Н.Ч., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: ВШЭ, 1998.
3. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.
4. Высшая математика для экономистов: Учебник. / Под ред. Н.Ш. Кремера.- 2-е изд. М.: ЮНИТИ, 2000.
5. Chiang A. C. Fundamental Methods of Mathematical Economics. N.Y.: McGraw Hill, 1984.
6. Sydsaeter K., Hammond P.J. Mathematics for Economic Analysis. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, 1995.
7. Simon C.P., Blume L. Mathematics for economists. N.Y., London: Norton, 1994.

**Тема IV. Исследование дифференцируемых функций одной переменной.**

Понятие об экстремумах функции одной переменной. Задача максимизации прибыли фирмы. Локальный экстремум (внутренний и граничный) функции одной переменной. Необходимое условие внутреннего локального экстремума (теорема Ферма). Теоремы о среднем значении (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши) и их геометрическая интерпретация. Правило Лопиталю. Формулы Тейлора и Маклорена и их использование для представления и приближенного вычисления значений функций. Достаточное условие строгого возрастания (убывания) функции на интервале. Достаточные условия локального экстремума функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие выпуклости (вогнутости). Точка перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Вертикальные и неvertикальные асимптоты графика функции одной переменной. Исследование функции одной переменной с использованием первой и второй производных и построение ее графика. Определение глобального максимума (минимума) функции одной переменной в области ее определения. Решение задачи максимизации прибыли фирмы в терминах объема выпускаемой продукции, а также в случае одного ресурса.

## Основная литература.

1. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.

3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

Дополнительная литература

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов / Под редакцией Демидовича Б.П. М.: Наука, 1978.
2. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.
3. Высшая математика для экономистов: Учебник. / Под ред. Н.Ш. Кремера. - 2-е изд. М.: ЮНИТИ, 2000.
4. Математический анализ для экономистов. / Под ред. А.А. Гриба и А.Ф. Тарасюка. М.: ФИЛИН, 2000.
5. Щипачев В.С. Математический анализ: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999.

#### Тема V. Множества точек и последовательности в $n$ -мерном пространстве.

Множество всех двумерных векторов. Геометрическая и экономическая интерпретация двумерных векторов.  $n$ -мерные вектора. Операции сложения  $n$ -мерных векторов и их умножения на действительные числа. Свойства этих операций. Скалярное произведение. Понятие  $n$ -мерного евклидова пространства. Норма  $n$ -мерного вектора и ее свойства. Понятие окрестности точки, окрестности с выколотым центром. Понятие предельной, внутренней и граничной точек точечного множества на плоскости и в  $n$ -мерном пространстве. Открытые и замкнутые множества на плоскости и в  $n$ -мерном пространстве. Понятие линейной, неотрицательной и выпуклой комбинации точек плоскости и  $n$ -мерного пространства. Выпуклые и невыпуклые множества на плоскости и в  $n$ -мерном пространстве. Понятие расстояния. Неравенство Коши-Буняковского, неравенство треугольника. Множества связные, несвязные, ограниченные, неограниченные. Замкнутость. Компактные множества. Понятие области. Отделимые множества. Понятие направления в точке. Последовательность точек на плоскости и в  $n$ -мерном пространстве. Понятие ограниченной и неограниченной последовательности точек. Взаимосвязь с покоординатной сходимостью. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Лемма о предельной точке.

Основная литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.

2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

3. Математический анализ для экономистов. / Под ред. А.А. Гриба и А.Ф. Тарасюка. М.: ФИЛИН, 2000.

Дополнительная литература

1. Волкова И.О., Крутицкая Н.Ч., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: ВШЭ, 1998.

2. Высшая математика для экономистов: Учебник. / Под ред. Н.Ш. Кремера. - 2-е изд. М.: ЮНИТИ, 2000.

3. Математический анализ для экономистов. / Под ред. А.А. Гриба и А.Ф. Тарасюка. М.: ФИЛИН, 2000.

4. Щипачев В.С. Математический анализ: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999.

5. Sydsaeter K., Hammond P.J. Mathematics for Economic Analysis. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, 1995.

6. Simon C.P., Blume L. Mathematics for economists. N.Y., London: Norton, 1994.

#### Тема VI. **Функции нескольких переменных (ФНП).**

Функции двух переменных. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных. Карта множеств уровня функции двух переменных, взаимное расположение линии уровня функции двух переменных. Обобщение на случай функций нескольких переменных Экономические иллюстрации (функции спроса и предложения, функция полезности, производственная функция). Предел функции нескольких переменных. Арифметические операции над функциями, имеющими конечные предельные значения. Предел функции по направлению. Повторные предельные значения. Теорема о существовании повторного предела. Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва функции. Непрерывность функции в точке и по направлению. Взаимосвязь между непрерывностью функции по совокупности переменных и по каждому отдельному направлению. Арифметические операции над непрерывными функциями. Понятие о сложной функции. Непрерывность сложной функции. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши. Равномерная непрерывность.

Основная литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.



2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.

3. Щипачев В.С. Математический анализ: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999.

Дополнительная литература

1. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.

2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

3. Высшая математика для экономистов: Учебник. / Под ред. Н.Ш. Кремера. - 2-е изд. М.: ЮНИТИ, 2000.

## Тема VII. Дифференцируемые ФНП.

Частные производные и частные дифференциалы. Градиент ФНП. Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Достаточное условие дифференцируемости ФНП. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных. Эластичности. Касательная плоскость к графику ФНП. Дифференцируемость сложных ФНП. Инвариантность формы дифференциала ФНП. Однородные функции. Теорема Эйлера об однородных функциях и ее применение в экономической теории. Производная по направлению. Ортогональность градиента и множества уровня ФНП в точке ее дифференцируемости. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Теорема о равенстве смешанных частных производных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Матрица Гессе и гессиан.

Основная литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.

2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.

3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

Дополнительная литература

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов / Под редакцией Демидовича Б.П. М.: Наука, 1978.

2. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.
3. Высшая математика для экономистов: Учебник. / Под ред. Н.Ш. Кремера. - 2-е изд. М.: ЮНИТИ, 2000.
4. Математический анализ для экономистов. / Под ред. А.А. Гриба и А.Ф. Тарасюка. М.: ФИЛИН, 2000.
5. Щипачев В.С. Математический анализ: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999.

### **Тема VIII. Теория неявных функций.**

Теоремы о существовании и гладкости неявных функций и их геометрическая интерпретация. Формулы для частных производных и дифференциалов неявных функций. Теорема о существовании и гладкости обратной функции как частный случай теоремы о неявной функции. Зависимость и независимость функций. Общая теорема о зависимости и независимости совокупности функций. Матрица Якоби и якобиан. Экономические иллюстрации теоремы о неявной функции.

Основная литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.

Дополнительная литература

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов / Под редакцией Демидовича Б.П. М.: Наука, 1978.
2. Волкова И.О., Крутицкая Н.Ч., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: ВШЭ, 1998.
3. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.
4. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

### **Тема IX. Классические методы оптимизации.**

Экстремум ФНП (абсолютный, условный, локальный, глобальный). Необходимое условие локального абсолютного экстремума. Знакоопределенность квадратичной формы.

Достаточное условие локального абсолютного экстремума. Выпуклые и строго выпуклые функции. Экстремум выпуклой функции. Функция Лагранжа и множители Лагранжа для задачи на условный экстремум. Необходимое условие локального условного экстремума и его геометрическая интерпретация. Достаточное условие локального условного экстремума. Теорема об огибающей. Задача глобальной оптимизации. Примеры применения метода Лагранжа.

Основная литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

Дополнительная литература

1. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.
2. Высшая математика для экономистов: Учебник. / Под ред. Н.Ш. Кремера. - 2-е изд. М.: ЮНИТИ, 2000.
3. Математический анализ для экономистов. / Под ред. А.А. Гриба и А.Ф. Тарасюка. М.: ФИЛИН, 2000.
4. Chiang A. C. Fundamental Methods of Mathematical Economics. N.Y.: McGraw Hill, 1984.
5. Sydsaeter K., Hammond P.J. Mathematics for Economic Analysis. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, 1995.
6. Simon C.P., Blume L. Mathematics for economists. N.Y., London: Norton, 1994.

#### Тема X. **Интегрирование.**

Первообразная и неопределенный интеграл. Первая основная теорема интегрального исчисления (о существовании первообразной у непрерывной функции). Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Табличные интегралы. Приемы интегрирования (разложением, заменой переменной и по частям). Интегральная сумма Римана, определенный интеграл и его геометрическая интерпретация. Интегральные суммы Дарбу. Свойства определенного интеграла (связанные с подынтегральной функцией, с отрезком интегрирования). Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его производная по этому пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Вторая основная теорема интегрального исчисления (о существовании определенного интеграла у непрерывной функции). Интегрируемые по Риману функции. Замена переменной и формула интегрирования по

частям для определенного интеграла. Экономические иллюстрации использования понятия определенного интеграла. Несобственные интегралы. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки сходимости. Понятие двойного интеграла и его геометрическая интерпретация. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Понятие о тройных и  $n$ -кратных интегралах. Несобственные кратные интегралы. Интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование интеграла, зависящего от параметра.

Основная литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.
3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.

Дополнительная литература

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов / Под редакцией Демидовича Б.П. М.: Наука, 1978.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.
3. Высшая математика для экономистов: Учебник. / Под ред. Н.Ш. Кремера. - 2-е изд. М.: ЮНИТИ, 2000.
4. Щипачев В.С. Математический анализ: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999.

#### Тема XI. Числовые, функциональные и степенные ряды.

Понятие о числовых рядах. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Признаки сходимости для знакопостоянных и знакочередующихся рядов. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.

Функциональные ряды. Сходимость и равномерная сходимость функционального ряда. Непрерывность суммы функционального ряда, почленное дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Степенные ряды. Промежуток и радиус сходимости степенного ряда. Формула для вычисления радиуса сходимости. Понятие ряда Тейлора и аналитической функции. Пример бесконечно дифференцируемой функции, не являющейся аналитической. Приближенные вычисления с помощью рядов Тейлора. Понятие о рядах Фурье. Теорема о представлении функции в виде ее ряда Фурье.

Основная литература.

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.
3. Щипачев В.С. Математический анализ: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999.

Дополнительная литература

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов / Под редакцией Демидовича Б.П. М.: Наука, 1978.
2. Волкова И. О., Крутицкая Н. Ч., Шагин В. Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: ВШЭ, 1998.
3. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.
4. Chiang A. C. Fundamental Methods of Mathematical Economics. N.Y.: McGraw Hill, 1984.
5. Sydsaeter K. and Hammond P.J. Mathematics for Economic Analysis. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, 1995.
6. Simon C.P. and Blume L. Mathematics for economists. N.Y., London: Norton, 1994.

## 5.2 Разделы дисциплины и междисциплинарные связи с обеспечиваемыми (последующими) дисциплинами

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№ № разделов данной дисциплины, необходимых для изучения обеспечиваемых (последующих) дисциплин										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1.	Макроэкономика		+	+	+		+	+	+	+	+	
2.	Микроэкономика			+	+		+	+	+	+	+	
3.	Теория отраслевых рынков			+			+	+				
4.	Экономика общественного сектора			+			+	+				
5.	Институциональная экономика			+			+	+				
6.	Теория	+									+	+

	вероятностей											
7.	Эконометрика										+	
8.	Математическая статистика	+										+
9.	Методы оптимальных решений		+				+	+		+		
10.	Дифференциальные уравнения											+

### 5.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекц.	Практ. зан.	Лаб. зан.	Семин .	СРС	Всего
1.	Введение. Элементы теории множеств и функций.	4	-	-	4	6	14
2.	Предел и непрерывность функции одной переменной.	10	-	-	10	12	32
3.	Производная и дифференциал функций одной переменной.	4	-	-	4	6	14
4.	Исследование дифференцируемых функций одной переменной.	12	-	-	14	16	42
5.	Множества точек и последовательности в n-мерном пространстве.	4	-	-	4	6	14
6.	Функции нескольких переменных.	4	-	-	4	6	14
7.	Дифференцируемые функции нескольких переменных.	6	-	-	6	8	20
8.	Теория неявных функций.	4	-	-	4	6	14
9.	Классические методы оптимизации.	12	-	-	14	20	46
10.	Интегрирование.	12	-	-	14	20	46
11.	Числовые, функциональные и степенные ряды.	8	-	-	10	14	32
Итого:		80	-	-	88	120	288

### 6. Лабораторный практикум

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Трудо-емкость (часы/зачетные единицы)
1.			
2.			
3.			
...			

### 7. Примерная тематика курсовых проектов (работ) \_\_\_\_\_

---

### 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

#### а) основная литература

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.
3. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.
4. Математический анализ для экономистов. / Под ред. А.А. Гриба и А.Ф. Тарасюка. М.: ФИЛИН, 2000.
5. Щипачев В.С. Математический анализ: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999.

#### б) дополнительная литература

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов / Под редакцией Демидовича Б.П. М.: Наука, 1978.
2. Волкова И.О., Крутицкая Н.Ч., Шагин В.Л. Математический анализ (с экономическими приложениями). Функции одной переменной. М.: ВШЭ, 1998.

3. Математический анализ для экономистов. / Под ред. А.А. Гриба и А.Ф. Тарасюка. М.: ФИЛИН, 2000.
4. Щипачев В.С. Математический анализ: Учебное пособие для ВУЗов. М.: Высшая школа, 1999.
5. Chiang A. C. Fundamental Methods of Mathematical Economics. N.Y.: McGraw Hill, 1984.
6. Замков О.О., Черемных Ю.Н., Толстопятенко А.В. Математические методы в экономике: Учебник. М.: Дело и Сервис, 1999.
7. Высшая математика для экономистов: Учебник. / Под ред. Н.Ш. Кремера.- 2-е изд. М.: ЮНИТИ, 2000.
8. Sydsaeter K., Hammond P.J. Mathematics for Economic Analysis. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, 1995.
9. Simon C.P., Blume L. Mathematics for economists. N.Y., London: Norton, 1994.
10. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник. М.: Дело, 2000.
11. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.

#### **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Специально оборудованные кабинеты и аудитории: компьютерные классы, аудитории, оборудованные мультимедийными средствами обучения.

#### **10. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины:**

Контроль знаний студентов включает формы текущего и итогового контроля. Текущий контроль осуществляется в виде контрольной работы и домашнего задания. Итоговый контроль осуществляется в виде зачетной контрольной работы и письменного экзамена. Итоговая оценка  $O_{\text{итог}}$  по 10-балльной шкале формируется как взвешенная сумма  $O_{\text{итог}} = 0,1 * O_{\text{к.р.}} + 0,1 * O_{\text{д.з.}} + 0,3 * O_{\text{зач.}} + 0,5 * O_{\text{экс.}}$ , округленная до целого числа баллов.  $O_{\text{к.р.}}$ ,  $O_{\text{д.з.}}$ ,  $O_{\text{зач.}}$  и  $O_{\text{экс.}}$  обозначают оценки по 10-балльной шкале за контрольную работу, домашнее задание, зачет и экзамен соответственно.



**Таблица соответствия оценок по десятибалльной и системе зачет/незачет.**

Оценка по 10-балльной шкале	Оценка по 5-балльной шкале
1	незачет
2	
3	
4	зачет
5	
6	
7	
8	
9	
10	

**Таблица соответствия оценок по десятибалльной и пятибалльной системе.**

По десятибалльной шкале	По пятибалльной системе
1 – неудовлетворительно 2 – очень плохо 3 – плохо	неудовлетворительно – 2
4 – удовлетворительно 5 – весьма удовлетворительно	удовлетворительно – 3
6 – хорошо 7 – очень хорошо	хорошо – 4
8 – почти отлично 9 – отлично 10 – блестяще	отлично – 5

Для оценки качества освоения дисциплины можно использовать задачи (более 4000 по всем разделам курса), приведенные в задачнике: Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1997.

**Типовой вариант контрольной работы (1 модуль)**

Найдите пределы:	1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{\sqrt{8 - x} - 4}$ ;	2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^2 + x}{x^2 - x} \right)^{2x^2}$ ;
Найдите производную $dy/dx$ :	3. $y = x^{\sin x}$ ; 4. $y^3 + x^3 = y - x$ ;	5. $\begin{cases} x = \frac{t-1}{t^2+1}; \\ y = \frac{t^2-1}{t^2+1}; \end{cases}$

6. Укажите для функции  $f(x)$  эквивалентную функцию вида  $Ax^n$  :  
 $f(x) = \sin(x^2) + 2 - 2 \cos x, x \rightarrow 0$ ;

7. Найдите предел, используя правило Лопиталю:  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 + \sin 6x}{\cos 2x}$ ;

8. Найдите значения  $A$  и  $B$ , при которых функция  $f(x)$  является бесконечно малой

$$f(x) = x^A \sin(x^B), x \rightarrow +0.$$

9. Если  $f(x) = o(x^4), x \rightarrow 0$ , то верно ли, что  $f(x) = o(x^2), x \rightarrow 0$ .

**Типовой вариант зачетной контрольной работы (2 модуль)**

**Основная часть**

**ЗАДАЧА 1.** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\cos(\pi x) + 1}$ .

**ЗАДАЧА 2.** Докажите, используя определение предела функции в точке, что функция  $y = x^3 + 1$  непрерывна в точке  $x = 1$ .

**ЗАДАЧА 3.** Укажите для функции  $f(x)$  эквивалентную функцию вида  $Ax^n$  при  $x \rightarrow 0$ ;  
 $f(x) = \sqrt{4 - x^4} + x^2 - 2$ .

**ЗАДАЧА 4.** Найдите производные  $y'(x)$  и  $y''(x)$  функции  $y(x)$ , заданной параметрически:

$$x(t) = t - \sin t, \quad y(t) = 1 - \cos 2t.$$

**ЗАДАЧА 5.** Исследуйте на экстремум функцию:

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 12x - 3y;$$

**ЗАДАЧА 6.** Найти экстремум функции  $f(x, y) = x^2 + y^2$  при условии  $(x - 1)^2 + y^2 = 4$ .

Решить задачу с помощью введения функции Лагранжа. Нарисовать

- график условия,
- изолинии, проходящие через стационарные точки функции Лагранжа,
- градиент в этих точках.

**ЗАДАЧА 7.** Спрос  $D(p)$  и предложение  $S(p)$  зависят от цены  $p$  следующим образом:

$D(p) = 6 - p/2$ ,  $S(p) = p^2 + p/2$ . Найти наибольшее значение дохода и определить эластичность функции дохода в точке максимума.

**Дополнительные вопросы**

(засчитываются, при условии, что в первой части набралось 6 баллов)

**Вопрос №1.** Доказать, что градиент функции  $z = f(x; y)$  в точке  $(x; y)$  и изолиния, проходящая через эту точку, ортогональны.

**Вопрос №2.** Доказать монотонность последовательности  $a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$ .

**Вопрос №3.** Найдите значения  $A$  и  $B$ , при которых функция  $f(x)$  является бесконечно малой:

$$f(x) = x^A \sin(x^B), \quad x \rightarrow +0.$$

**Типовой вариант домашнего задания (3 модуль)**

1. Найдите интегралы:

$$\int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)^2};$$

$$\int \frac{\sin^3 x dx}{\cos^2 x};$$

$$\int x^2 4^x dx;$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}};$$

$$\int \frac{dx}{5 \cos x - 11};$$

$$\int \cos^4 x dx.$$

2. Исследовать ряды на сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n}};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right);$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n 3^n}{n!};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}};$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^3}.$$

3. Исследовать на сходимость интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x + x^3} dx.$$

4. Найти производную функции  $F(x) = \int_x^{x^2} \cos \sqrt{x} dx$ .

**Типовой вариант экзаменационной контрольной работы (4 модуль)**

**Основная часть**

**ЗАДАЧА 1.** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\cos(\pi x) + 1}$ .

**ЗАДАЧА 2.** Найти интеграл  $\int_1^2 \frac{dx}{x^3 + 2x^2}$ .

**ЗАДАЧА 3.** Найти область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{4^n}$ .

**ЗАДАЧА 4.** Найти экстремум функции  $f(x, y) = x^2 + y^2$  при условии  $(x-1)^2 + y^2 = 4$ .

Решить задачу с помощью введения функции Лагранжа. Нарисовать

- график условия,
- изолинии, проходящие через стационарные точки функции Лагранжа,
- градиент функций  $f(x, y) = x^2 + y^2$  и  $\varphi(x, y) = (x-1)^2 + y^2 - 4$  в этих точках.

**ЗАДАЧА 5.** Расставить пределы интегрирования в том и другом порядке, преобразовав интеграл в повторный  $\iint_{\Omega} f(x, y) \cdot dx \cdot dy$ ,

если область  $\Omega$  ограничена линиями:  $x^2 + y^2 = 1$ ;  $x = 1$ ;  $y = 1$ .

**ЗАДАЧА 6.** Спрос  $D(p)$  и предложение  $S(p)$  зависят от цены  $p$  следующим образом:  $D(p) = 6 - p/2$ ,  $S(p) = p^2 + p/2$ . Найти наибольшее значение дохода и определить эластичность функции дохода в точке максимума.

**Дополнительные вопросы.**

(засчитываются, при условии, что в первой части набралось 6 баллов)

**Вопрос №1.** Доказать, что градиент функции  $z = f(x; y)$  в точке  $(x; y)$  и изолиния, проходящая через эту точку, ортогональны.

**Вопрос №2.** Вывести формулу для нахождения производной функции

$$F(\alpha) = \int_1^{g_2(\alpha)} f(\alpha, x) dx.$$

**Вопрос №3.** Является ли последовательность  $a_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$  монотонной?

**Разработчики:**

ГУ ВШЭ  
(место работы)

д. т.н., профессор  
(занимаемая должность)

Ф.Т. Алескеров  
(инициалы, фамилия)

ИПУ РАН  
(место работы)

д. ф.-м. наук  
(занимаемая должность)

А.П. Молчанов  
(инициалы, фамилия)

**Эксперты:**

МГУ  
(место работы)

профессор  
(занимаемая должность)

А.А. Васин  
(инициалы, фамилия)

ВЦ РАН  
(место работы)

профессор  
(занимаемая должность)

А.В. Лотов  
(инициалы, фамилия)