

## Балансовая модель платежных потоков при управлении ипотечными облигациями на основе стандартного пополняемого пула с переменной процентной ставкой

© 2010 О.А. Фисюн

Самарский государственный экономический университет

E-mail: olesia004@list.ru

Конкретные потоки платежей являются общим результатом специфических договорных условий ипотечных кредитов, включенных в покрытие, и поведения заемщиков. В статье рассмотрены модель расчета потоков платежей, генерируемых покрытием, и выплаты по ценным бумагам.

*Ключевые слова:* секьюритизация, ипотечные ценные бумаги, досрочное погашение, поток платежей, плавающая процентная ставка, пополняемый пул.

Принципиальной особенностью ипотечных кредитов с плавающей ставкой является то, что ставка процентов за пользование телом кредита изменяется во времени. Размер такой ставки коррелирует с некоторым рыночным индексом и периодически пересматривается (переустанавливается) в зависимости от текущего значения выбранного индекса. В большинстве случаев значение плавающей ставки вычисляется как значение выбранного индекса (на дату вычисления ставки) плюс некоторый спрэд.

Традиционно на мировом финансовом рынке весьма широко используются ставка LIBOR<sup>1</sup> и национальные индексы ставок межбанковского кредитования. В условиях макроэкономической стабильности такие индексы имеют “смысл” для заемщика, так как доходы среднестатистического заемщика часто зависят от состояния финансового рынка.

Допустим, что банки рефинансируют выданные ими ипотечные кредиты, привлекая финансовые ресурсы на вторичном рынке. В случае фиксированной ставки банку необходимо рефинансировать свой ипотечный портфель “длинными” деньгами, чтобы понизить риск несбалансированности платежей по привлеченным средствам и теми платежами, которые будут приходиться от портфеля рефинансированных ипотечных кредитов. Такой риск возникает, если рефинансировать “длинные” ипотечные кредиты с помощью более “коротких” заемных средств. По истечении срока заимствования банку придется привлекать средства еще раз, для того чтобы профинансировать оставшийся баланс по портфелю. К этому времени структура процентных ставок и ситуация на финансовом рынке могут измениться. Возможно, банку придется занимать при более высоких ставках привлечения. Чтобы избежать таких рисков, для ре-

финансирования кредитов с фиксированной ставкой стараются привлекать как можно более “длинные” ресурсы. Но, как известно, чем “длиннее” привлеченные деньги, тем они дороже.

При плавающей ставке нет необходимости в “длинных” деньгах, так как банк может рефинансировать свой портфель ипотечных кредитов с помощью “коротких” ресурсов, длина которых сопоставима с периодом переустановки плавающей ставки. И хотя сегодня действительно неизвестна величина ставки будущего ипотечного кредита, это не является критической проблемой. Возможно, то, что банку придется привлекать дороже, будет компенсировано. Поскольку плавающие ставки привязаны к рыночным индексам, повышение рыночных ставок приведет к более высоким ставкам по ипотечным кредитам.

Таким образом, ипотечные кредиты с плавающей ставкой менее рискованны с точки зрения соответствия структуры долгов и привлечения. Их можно выдавать с более низкой ставкой по сравнению с кредитами с фиксированной ставкой. При правильной организации процесса рефинансирования и управления рисками такие кредиты могут быть более выгодными для банка.

*Первой* отличительной особенностью данного вида пула является изменение средней процентной ставки  $\bar{\alpha}_t$  основного пула в результате покупки новых закладных в счет досрочного погашения и изменения конъюнктуры рынка.

Допустим, что средневзвешенная процентная ставка пула закладных определяется как:

$$\bar{\alpha}_t = index_t + \bar{S}_\alpha, \quad (1)$$

где  $\bar{S}_\alpha$  - средневзвешенный спрэд процентных ставок закладных, входящих в состав пула, по отношению к базовой процентной ставке.

$$ar_t = index_t + sr_t, \quad (2)$$

где  $a$  - среднее значение спреда процентных ставок у выкупаемых закладных по отношению к базовой процентной ставке на период времени  $t$ .

Аналогично выражается и зависимость купона у облигаций:

$$K_t = index_t + S_K, \quad (3)$$

где  $S_K$ , соответственно, спред купона по отношению к базовой процентной ставке.

Можно заметить, что при такой средневзвешенной ставке процента выражение для коэффициента досрочных погашений у данного вида пула принимает вид:  $k_t^{DC} = k_{BAZ}^{DC}$ , т.е., досрочные погашения в рамках данной количественной оценки находятся на постоянном уровне.

**Второй** важной характеристикой рассматриваемого пула являются его пополняемость в результате досрочных возвратов ипотечных кредитов и направление этих средств на приобретение новых закладных, т.е. реинвестирование.

Обычно заемщики имеют право досрочно возратить долг без применения каких-либо штрафных санкций. Заемщики могут досрочно погашать задолженность по кредиту в полном объеме или частично. Осуществляя полное погашение долга досрочно, заемщик выплачивает кредитору сумму остатка задолженности в полном объеме. Частичные досрочные возвраты могут иметь любой размер.

Хотя досрочные возвраты уменьшают сумму оставшегося долга, они не меняют установленный график и размеры ежемесячных платежей. Так как размеры ежемесячных платежей остаются неизменными, а величина остатка задолженности в результате досрочного возврата уменьшается, общее число платежей заемщика сокращается. Поскольку досрочный возврат части долга укорачивает срок жизни кредита, такую ситуацию иногда называют **сокращением срока кредита (curtailments)**. Применительно к пулу кредитов досрочный полный возврат долга одним заемщиком не приводит к тому же эффекту, что и частичное погашение задолженности по одному большому кредиту. Чтобы проиллюстрировать это утверждение, рассмотрим набор из трех кредитов со сроками 30 лет {30, 30, 30}. Если один из них будет досрочно погашен, то останется набор из двух кредитов {30, 30}, его средняя срочность не изменится - она останется равной 30 годам. На самом деле изменится такой параметр, как размер ожидаемого ежемесячного потока платежей.

Однако большая часть финансовых инноваций, возникших в последние десятилетия на американском рынке MBS, создавалась с тем прицелом, чтобы избежать рисков досрочного возврата. Чтобы снизить негативное влияние таких рисков на инве-

сторов, были разработаны структуры, которые характеризуются наличием **промежуточного управления потоком платежей** при его трансляции инвесторам (так называемые структуры с управлением платежами *Pay-Through*). В подобных конструкциях досрочно возвращенные должниками суммы сразу передаются инвесторам, а остаются в распоряжении Спецюрлица (*SPI*) и, соответственно, траста. В целом, благодаря **внутреннему управлению потоком платежей** условия выпуска ценных бумаг могут характеризоваться максимальной гибкостью и учитывать потребности различных групп инвесторов.

Введем в рассмотрение две переменные, обозначающие остаток долга по закладным:  $D1$  - остаток долга по закладным, входящим в состав пула на момент выпуска облигаций, и  $D2$  - остаток долга по закладным, приобретенным в процессе реинвестирования денежных средств.

В рамках данной модели можно реализовать два сценария формирования второго пула  $D2$ . В первом случае на пополнение пула направляются амортизационные платежи, а сумма процентов за пользование кредитами идет на выплату купонной задолженности по облигациям и на расходы эмитента т.е.:

$$D1 + D2 \cong const. \quad (4)$$

Во втором случае на реинвестирование направляются все свободные средства после уплаты всех отчислений, т.е. равенство (4) может и не выполняться.

В силу определенных причин, описанных выше, может наступить момент времени, когда заемщик примет решение о досрочном погашении кредита, и тогда эта сумма также будет направлена на покупку новых закладных. Следовательно, можно предположить, что к какому-то моменту  $t...$  образуется совершенно новый пул, который станет обеспечением для облигаций второго выпуска.

Изменение суммы основного долга можно записать как:

$$D1_t = D1_{t-1} - AD_{t-1}. \quad (5)$$

Изменение долга по приобретенным закладным:

$$D2_t = D2_{t-1} - AD2_{t-1} + RD_{t-1}, \quad (6)$$

где  $RD_{t-1}$  - сумма реинвестирования.

В первом случае, когда сумму на реинвестирование составляют средства от амортизации основного и реинвестированного долга, данную величину можно представить как  $RD_t = AD1_{t-1} + AD2_{t-1}$ . Подставляя в уравнение (6), получим:

$$D2_t = D2_{t-1} - AD2_{t-1} + AD1_{t-2} + AD2_{t-2}. \quad (7)$$

Во втором случае сумма реинвестирования в период времени  $t$  равна доходу эмитента за период  $t-1$ , что математически можно записать как:

$$RD_t = B_t - 1. \quad (8)$$

Так как в данной модели идет постоянное пополнение пула закладных, причем неравными платежами, то средневзвешенный срок до погашения закладных, входящих в состав реинвестированного пула, постоянно меняется.

Средневзвешенный срок до погашения реинвестированного пула на момент времени  $t$  определяется как средневзвешенное значение долга  $D2$  со сроком до погашения  $TT2$  на момент времени  $t-1$  и величиной поступающих средств реинвестирования  $RD$  на момент времени  $t$  со сроком до погашения, равным сроку кредита  $T$ , что математически можно представить как:

$$\overline{TT2}_t = \frac{D2_{t-1} \cdot (\overline{TT2}_{t-1} - 1) + DR_t \cdot T_t}{D2_{t-1} + DR_t}. \quad (9)$$

Средневзвешенная процентная ставка определяется аналогичным образом:

$$\overline{\alpha 2}_t = \frac{D2_{t-1} \cdot \overline{\alpha 2}_{t-1} + DR_t \cdot \alpha r_t}{D2_{t-1} + DR_t}, \quad (10)$$

где  $\alpha r_t$  - средняя процентная ставка по приобретаемому закладным на период времени  $t$ .

В случае если средняя процентная ставка по приобретаемому закладным равна средней процентной ставке по основному пулу, то средневзвешенная процентная ставка реинвестированного пула на момент времени  $t$  равна средневзвешенной процентной ставке основного пула на предыдущий момент времени  $t-1$  ( $\overline{\alpha 2}_t = \overline{\alpha 2}_{t-1}$ ).

Таким образом, поток денежных средств в данном варианте пула можно представить как:

$$B_t = (P1 + P2)_t - RD_t - FS_t - VS_t - QS_t, \quad (11)$$

где  $B$  - доход эмитента (SPV);

$P1$  и  $P2$  - платежи заемщиков по закладным, входящим в состав основного и реинвестированного пулов, соответственно;

$RD_t$  - сумма реинвестирования в период времени  $t$ ;

$FS_t$  - постоянные расходы;

$VS_t$  - переменные расходы;

$QS_t$  - выплаты держателю облигаций.

Величина платежей заемщиков  $P_t$  зависит от двух значений: от величины аннуитета и уровня досрочных погашений. Данную зависимость можно представить в виде произведения:

$$P_t = (1 + k_t^{DC}) \cdot AP_t, \quad (12)$$

где  $k_t^{DC} = \left( \frac{\overline{\alpha}_{t-1}}{\text{index}_{t-1} + s_\alpha} - 1 \right) + k_{БАЗ}^{DC}$  - коэффициент досрочных погашений, причем  $s_\alpha$  - установившийся на рынке спред процента по предоставляемым ипотечным кредитам по отношению к базовой ставке;

$k_{БАЗ}^{DC}$  - базовое значение коэффициента досрочных погашений (обычно составляет 0-30%).

Данное соотношение выражает зависимость между колебанием уровня досрочных погашений и величиной базовой ставки в период платежа. Чем ниже значение базовой ставки, тем выше уровень досрочных погашений, так как заемщики спешат избавиться от "дорогих" кредитов, и наоборот.

Для моделирования потока денежных средств используется линейный закон изменения базовой процентной ставки  $\text{index}$  от начального значения  $\text{index}_0$  до конечного значения  $\text{index}_T$  за период времени  $T$ , что выражается формулой:

$$\text{index}_t = \frac{1}{T} \cdot (\text{index}_T - \text{index}_0) \cdot t + \text{index}_0.$$

Аннуитетный платеж  $AP_t$  определяется по формуле простого аннуитета.

Для первого и второго пула соответственно имеем:

$$AP1_t = \frac{D1_{t-1} \cdot \overline{\alpha 1}_{t-1}}{1 - \frac{1}{(1 + \overline{\alpha 1}_{t-1})^{TT1_{t-1}}}},$$

$$AP2_t = \frac{D2_{t-1} \cdot \overline{\alpha 2}_{t-1}}{1 - \frac{1}{(1 + \overline{\alpha 2}_{t-1})^{TT2_{t-1}}}}, \quad (13)$$

где  $TT_t = \overline{T} - t$ , - время до погашения долга;

$\overline{\alpha}_{t-1}$  - средневзвешенная процентная ставка по пулу закладных на момент времени  $t-1$ .

Данная процентная ставка может быть как постоянной, так и изменяться с течением времени.

Аннуитетный платеж в период  $t$  начисляется на остаток долга по закладным  $D_t$  на момент времени  $t-1$ , который в свою очередь определяется по формуле:

$$D_t = D_{t-1} - DP_t, \quad (14)$$

где  $DP_t = P_t - PP_t$  - платеж в погашение основного долга (величина амортизации);

- величина платежа по проценту от основного долга.

**Постоянные расходы**  $FS_t$  складываются из выплат на содержание инфраструктуры, к которой относятся управляющая компания, специальный депозитарий, бухгалтерский учет и др. Данные выплаты являются постоянными, так как их величина известна заранее и не зависит от платежей заемщиков. Зачастую величина данных выплат устанавливается как процент от величины облигационного выпуска:

$$FS_t = k_{FS} \cdot Q = const. \quad (15)$$

**Переменные расходы** - выплаты на инфраструктуру, которые зависят от величины обрабатываемых денежных средств (комиссия расчетного платежного агента). В данном варианте переменные расходы зависят не только от платежей заемщиков, но также от суммы реинвестирования  $RD$  и определяются по формуле

$$VS_t = k_{обсл} \cdot (P1 + P2 + RD)_t. \quad (16)$$

**Выплаты держателю облигаций**  $QS$  складываются из купонных выплат и выплат в погашение облигаций:

$$QS_t = Q_{t-1} \cdot K + DQ_t, \quad (17)$$

где  $Q_{t-1}$  - номинал непогашенной части облигаций;

$DQ_t$  - выплаты в погашение облигационного займа. В случае поэтапного погашения облигаций непогашенная часть займа определяется зависимостью  $Q_t = Q_{t-1} - DQ_t$ .

Условие погашения облигационного займа:

$$Q_0 = \sum_{t=1}^T DQ_t.$$

Рассмотрим составляющие доходов и расходов эмитента и инвестора.

Расходы эмитента состоят из выплат инвестору по купону и дополнительных расходов на содержание инфраструктуры (одноразовые и ежегодные выплаты). Доход эмитента составляют процентные платежи по пулу и доход от реинвестирования.

Расход инвестора равен цене покупки облигации, а доход инвестора состоит из купонного дохода (и возможности его реинвестирования) и номинальной стоимости облигации при погашении.

Из вышесказанного выведем следующее соотношение:

$$D_{эм} \geq P_{эм} > V_{инв}, \quad (18)$$

где  $D_{эм}$  - доход эмитента;

$P_{эм}$  - расход эмитента;

$V_{инв}$  - выплаты инвестору.

Следовательно:

$$D_{эм} - P_{эм} \geq 0. \quad (19)$$

Определим доход эмитента к погашению при сроке обращения облигации  $n$  лет.

$$D = A + Ai\hat{\delta} + Aj\hat{\delta} = A(1 + i\hat{\delta} + j\hat{\delta}), \quad (20)$$

где  $A$  - тело пула;

$i$  - средневзвешенная процентная ставка по пулу за  $N$  лет ( $\hat{\delta}$ );

$j$  - средневзвешенная процентная ставка реинвестирования за  $N$  лет ( $\hat{\delta}$ ).

Расход эмитента запишем как

$$P = A\hat{a} + A\hat{a} + A = A(\hat{a} + \hat{a} + 1), \quad (21)$$

где  $\hat{a}$  - расходы на инфраструктуру;

$\hat{a}$  - средневзвешенная процентная ставка по купону.

Первичное размещение облигаций на ММВБ, с точки зрения схемы размещения, может быть проведено в форме аукциона или в режиме переговорных сделок (РПС). Возможен также смешанный вариант (сначала проводится аукцион по определению цены размещения, затем заключаются сделки в РПС по определенной на аукционе цене). Возможно также проведение аукциона по процентной ставке купонной выплаты по облигациям.

Определим максимально допустимую купонную процентную ставку:

$$D = P,$$

$$1 + i\hat{\delta} + j\hat{\delta} = \hat{a} + \hat{a} + 1.$$

Откуда:

$$\beta = \frac{(i + j - \alpha) \cdot \tau}{\tau} = i + j - \alpha. \quad (22)$$

В данном выражении  $i$  и  $j$  имеют постоянные значения, так как  $i$  определена условиями кредитного договора, а  $j$  - графиком досрочного погашения (или этим значением можно пренебречь в силу его малой величины). Следовательно, размер купонной ставки  $\beta_{\max}$  напрямую зависит от величины рас-

ходов на инфраструктуру  $\hat{a}$ . А если  $\beta_{\max}$  - это максимально допустимая купонная ставка, то  $\beta \leq \beta_{\max}$ .

Если дополнить данную модель условием размещения облигаций по закрытой подписке, то происходит снижение затрат на выпуск и размещение ценных бумаг, т.е. размещение осуществляется на основании договоров купли-продажи между эмитентом и любым другим участником рынка облигаций без совершения этих сделок через торговую систему.

<sup>1</sup> Индекс LIBOR (London InterBank Offered Rate). Средняя процентная ставка, по которой ведущие международные банки в Лондоне предоставляют друг другу кредиты. LIBOR рассчитывается Британской ассоциацией банков (British Bankers' Association) и широко используется в качестве базового индекса для процентных ставок.