

ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАЗМЕЩЕНИЯ ОБЪЕКТОВ ОБЩЕСТВЕННЫХ БЛАГ В ГОРОДЕ

© 2010 А.А. Красильников

Государственный университет - Высшая школа экономики

E-mail: alexander@krasilnikov.spb.ru

Обсуждаются современные модели и решения задачи планирования расположения объектов общественных благ в городе. Также предлагается критерий определения эффективности размещения объектов в реальной городской структуре.

Ключевые слова: локальные общественные блага, планирование города, эффективность размещения.

Моделирование задач эффективного распределения систем объектов общественных благ в городской структуре нечасто появляется в фокусе экономистов-исследователей. Как правило, подобный пробел объясняется отсутствием подходящего математического аппарата, а также компьютерных мощностей для затратного метода численного решения задач оптимизации.

Принято считать, что моделирование размещения объектов в городской структуре берет свое начало в пионерской работе 1929 г. Хотеллинга¹. В ней был предложен анализ модели линейного города, типология которой широко используется учеными в настоящее время. Из ряда исследований этого направления необходимо выделить работу², содержащую доказательство, имеющее очень важное практическое значение. Так, для случая дискретно расселенных жителей на территории линейного города доказано существование такого распределения объектов общественных благ, при котором потребители будут достигать одинакового уровня полезности с учетом транспортных издержек. Также оптимальное распределение объектов с различной мощностью предоставления благ будет доминировать по Парето над распределением объектов с одинаковой мощностью.

В статье Салопа³ предложена модель конкуренции по периметру кругового города. Частные фирмы в данной модели располагаются по периметру города на равном удалении друг от друга, поделив на равные части рынок сбыта. Из ряда статей, развивающих идеи моделей кругового города, необходимо отметить работу 2005 г.⁴, включающую в рассмотрение не только периметр круга, но и всю его внутреннюю область. Авторы формулируют и доказывают теорему, что для двух конкурирующих фирм наилучшим местоположением будет являться точка в центре города.

Наиболее перспективный случай для практического применения при планировании систем объектов общественных благ описывается в статьях 2005 г.⁵, где доказывается, что для равномерно распределенного общества на плоскости R^2 при фиксированной стоимости общественного блага существуют оптимального размера шестиугольники, которыми будет “замощена” плоскость. Каждый из шестиугольников будет образовывать юрисдикцию, в центре которой будет находиться общественное благо, и жители данной юрисдикции будут пользоваться услугами данного объекта. Размеры шестиугольников будут напрямую зависеть от плотности населения и стоимости постройки объекта.

Необходимо отметить, что об оптимальности использования юрисдикций в форме шестиугольников было известно (бездоказательно) еще с 1930-х гг. из работ Кристаллера (1933) и Лёша (1954). Работы⁶ содержат строгое математическое доказательство этого факта.

Основной особенностью исследований, посвященных поиску оптимального расположения объектов на плоскости, является Евклидов способ определения расстояния от объекта до потребителя (путь $A-B$ на рис. 1). В таком случае идеальная площадь охвата потребителей будет описываться окружностью с центром в месте расположения объекта и радиусом, определяемым исходя из расстояния безразличия, когда для потребителя нет разницы использовать объект общественных благ и нести транспортные издержки или вовсе отказаться от его услуг. При увеличении количества объектов окружности будут сжиматься и превращаться в шестиугольники.

Однако в реальности потребители сталкиваются с проблемой, когда на пути возникают пре-

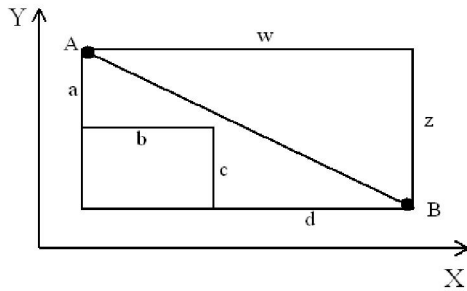


Рис. 1. Способы подсчета транспортных издержек

пятствия и фактический путь оказывается всегда больше, чем путь по прямой. В работе⁷ предлагается идея использования суммы катетов в качестве переменной затрат вместо гипотенузы. При этом неважно, сколько раз мы будем обходить препятствия, в случае прямоугольной дорожной сети пройденный путь суммарно будет равняться сумме катетов (см. рис. 1). Так, путь от пункта *A* до пункта *B* по маршруту $a+b+c+d$ будет равняться пути, пройденному по маршруту $w+z$.

Также стандартной предпосылкой исследований городской структуры, расположенной на плоскости, является неограниченность города и игнорирование проблемы граничных значений.

Рассмотрим городскую модель, в которой жители равномерно располагаются внутри и на границе окружности постоянного радиуса. Тогда задачей городского планирования будет выбрать оптимальное расположение N объектов таким образом, чтобы сумма расстояний от потребителей до объектов была бы минимальной:

$$TC \equiv \int_0^1 \int_0^1 \text{INHABIT}(x, y) \times \\ \times \text{NEAREST}(\text{OBJ}, x, y, 0) \, dy \, dx \rightarrow \min,$$

где $\text{INHABIT}(x, y)$ - количество жителей, живущих в точке (1 - если внутри окружности и 0 - вне окружности);

$\text{NEAREST}(\text{OBJ}, x, y)$ - расстояние от точки x, y до ближайшего из объектов OBJ .

Расстояние от точки до объекта определяется по формуле

$$\text{DIST} = |x - x_{\text{объекта}}| + |y - y_{\text{объекта}}|.$$

Текст программы для численного моделирования задачи в среде моделирования Mathcad см. в приложении.

При увеличении числа объектов объекты общественных благ выстраиваются в ряды со сме-

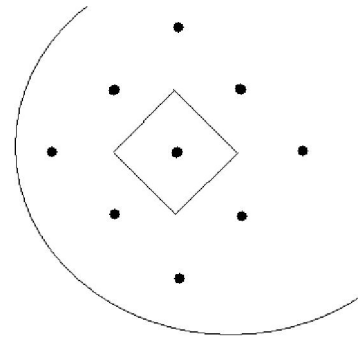


Рис. 2. Пример расположения юрисдикций и объектов

щением, как схематично показано на рис. 2. При этом из-за изменения формулы подсчета затрат относительно работ⁸ юрисдикции принимают форму квадрата, повернутого на угол 45° , а не шестиугольника.

Необходимо отметить, что оптимальное решение при указанных выше предпосылках обладает свойством вращательной симметрии относительно центра окружности.

Для практического применения полезно заметить, что при оптимальном распределении объектов на плоскости города выполняется следующее соотношение:

$$\begin{aligned} HHI &= \\ &= \sum_1^N \left[\frac{\text{Количество пользователей объекта}}{\text{Количество жителей города}} \right]^2 = \\ &= HHI_{ideal} = N \left[\frac{1}{N} \right]^2 = \frac{1}{N}. \end{aligned}$$

Указанное соотношение является аналогом индекса Херфиндаля - Хиршмана, где в качестве долей рынка используется доля от населения города, которую обслуживает данный объект. Этот коэффициент может быть не больше единицы и характеризует степень отклонения расстановки объектов на карте от идеального положения.

На данной реальной городской структуре использование подобного коэффициента может показывать степень неэффективности расстановки объектов общественных благ.

На примере реальных данных по Санкт-Петербургу для некоторых категорий объектов общественных благ были рассчитаны четыре вида индекса:

- HHI - индекс Херфиндаля - Хиршмана. Коэффициент рассчитан с использованием процентных значений вместо долей и потому может

Характеристика оптимальности расположения отдельных видов общественных благ

Категория	Число объектов	НИИ	кНИИ	НИИh	кНИИh
Гувд - управления, отделы	8	1618,88	1,30	1426,96	1,14
Поликлиники детские	85	182,20	1,55	242,67	2,06
Реабилитационные центры	19	824,30	1,57	624,07	1,19
Стадионы	21	776,99	1,63	708,25	1,49
Комиссии по перепланировке квартир	13	1264,22	1,64	940,72	1,22
Диспансеры - онкологические	19	867,03	1,65	770,99	1,46
Автозаправочные станции	54	313,80	1,69	417,55	2,25
Детские дома, приюты	44	390,51	1,72	429,10	1,89
Ветеринарная помощь	85	204,21	1,74	232,06	1,97
Библиотеки детские	70	249,84	1,75	243,27	1,70
Детские товары	85	213,00	1,81	199,28	1,69
Детские больницы	15	1212,71	1,82	994,64	1,49
ГИБДД	26	720,24	1,87	616,82	1,60
Военкоматы	23	825,28	1,90	669,69	1,54
Теннисные клубы	36	532,98	1,92	415,74	1,50
Аварийные службы лифтовые	22	885,25	1,95	944,83	2,08
Медвытрезвители	14	1393,61	1,95	1272,77	1,78
Диспансеры кожно-венерологические	24	813,34	1,95	665,25	1,60
Загсы	20	988,12	1,98	843,10	1,69
Федеральное казначейство	19	1060,38	2,01	846,97	1,61
Спортивные комплексы	60	339,10	2,03	271,67	1,63
ОВИРы	21	1014,34	2,13	776,87	1,63
Медсанчасти	33	645,75	2,13	470,43	1,55
Отделы социальной защиты населения	23	929,08	2,14	774,53	1,78
Вузы медицинские	11	1946,87	2,14	1654,40	1,82
Рынки продовольственные	31	695,49	2,16	548,85	1,70
Неотложная медицинская помощь	60	362,47	2,17	367,53	2,21
Хлебозаводы и хлебопекарни	39	562,11	2,19	386,69	1,51
Образование - управления и отделы	26	851,43	2,21	589,58	1,53
Детские медицинские центры	54	412,68	2,23	287,46	1,55
Техникумы	19	1181,49	2,24	878,68	1,67
Судебные приставы	23	983,52	2,26	697,10	1,60
Бассейны плавательные	40	569,38	2,28	376,30	1,51
Санитарно-гигиенические службы	40	583,48	2,33	426,71	1,71
Школы частные	44	530,53	2,33	334,69	1,47
Школы и интернаты для детей с отклонениями в развитии	66	356,39	2,35	301,31	1,99
Школы музыкальные	41	584,74	2,40	460,00	1,89
Аварийные службы водопроводной и канализационной сетей	22	1093,31	2,41	1031,81	2,27
Благоустройство и уборка города	81	300,07	2,43	206,13	1,67
Больницы и госпитали	58	419,47	2,43	291,55	1,69
Диспансеры наркологические	24	1017,39	2,44	684,89	1,64
Вузы гуманитарные	24	1024,32	2,46	644,54	1,55
Центры занятости населения	27	912,29	2,46	653,95	1,77
МРЭО ГИБДД	36	701,71	2,53	528,32	1,90
Прокуратуры	29	892,78	2,59	593,09	1,72
Вузы педагогики, психологии	13	2005,60	2,61	1644,50	2,14
Бытовые услуги	84	325,68	2,74	185,33	1,56
Спортивные школы	92	302,82	2,79	177,79	1,64
Спортивные общества и организации	28	998,07	2,79	637,58	1,79
Промтовары - магазины	83	337,82	2,80	305,82	2,54
Гражданская оборона и чрезвычайные ситуации	48	596,15	2,86	390,90	1,88
Инвалиды - помощь и обслуживание	29	988,08	2,87	725,19	2,10
Политические партии и общественные движения	35	891,35	3,12	572,62	2,00
Религиозные школы	44	716,23	3,15	453,77	2,00
Ветераны и военнослужащие - объединения и союзы	32	1044,45	3,34	718,10	2,30
Пенсионные фонды	48	698,40	3,35	405,08	1,94
Вузы технические	58	590,27	3,42	443,00	2,57
Теплоснабжение	87	403,88	3,51	290,04	2,52
Дворцы и дома культуры	48	741,23	3,56	518,20	2,49
Милиция - вневедомственная охрана	53	677,75	3,59	529,87	2,81
Библиотеки специализированные	40	938,81	3,76	572,75	2,29
Вузы экономические, общественных наук	60	629,62	3,78	371,76	2,23
Социальная помощь	91	426,68	3,88	229,06	2,08
Пожарные службы	67	588,20	3,94	368,62	2,47
Вузы культуры и искусства	27	1548,03	4,18	1055,03	2,85
Университеты классические	26	1633,07	4,25	1219,75	3,17
Администрации районов Санкт-Петербурга	92	492,74	4,53	315,61	2,90
Художественные коллективы	71	703,03	4,99	455,28	3,23
Комитеты и управления администрации Санкт-Петербурга	41	1483,13	6,08	1013,61	4,16
Федеральные органы власти	48	1319,26	6,33	732,86	3,52
Театры	75	958,19	7,19	492,36	3,69

находиться в пределах (0; 10000]. Значение индекса может сравниваться только в контексте категорий, имеющих равное или близкое количество объектов.

- $kHNI$ - отношение индекса Херфиндаля - Хиршмана к идеальному значению этого индекса для данного числа объектов. Идеальное значение индекса для определенного числа объек-

тов N рассчитывается как $HNI_{ideal} = N \left[\frac{100}{N} \right]^2$.

Данный коэффициент может быть не меньше единицы и характеризует степень отклонения расстановки объектов на карте от идеального положения. Этот коэффициент может сравниваться между категориями.

- $HNIh$ и $kHNIh$ построены аналогично предыдущим двум индексам, но вместо доли жителей используется доля обслуживаемых домов. Данные виды индексов более адекватны к таким категориям, как пожарные службы или жилищно-эксплуатационные службы.

Таблица отсортирована по индексу $kHNI$.

Необходимо отметить, что в 65 случаях из представленных 71 справедливо следующее соотношение: $kHNI > kHNIh$, это свидетельствует о том, что при планировании расположения объектов городские власти руководствуются не реальным распределением жителей, а городской застройкой, используя в управленческом учете в качестве базисной единицы дом, а не человека. Шесть категорий, не подпадающих под данное правило, выделены курсивом. Четыре категории могли случайно выбиться из общего ряда, так как два показателя численно были близки. Объекты еще одной категории, автозаправочные станции, располагаются, скорее, из соображений безопасности, и ее попадание в эту группу также может

быть случайно. Объекты категории “поликлиники детские”, учитывая сильную разницу в коэффициентах, скорее всего, располагались именно исходя из распределения жителей, а не городской застройки. Подводя итог рассуждениям, можно сказать, что загрузка объектов распределена достаточно неравномерно.

Основное течение экономической науки традиционно задается вопросами о том, как, что, почему и зачем что-то происходит. Вопросом где это происходит, задаются очень редко, считая его неважным и предоставляя возможность отвечать на него тем, кто будет принимать конкретное решение в конкретном времени, месте и контексте. Однако именно в конкретном местоположении происходит предоставление услуг и продажа товаров. И именно местоположение влияет на себестоимость товаров и их доступность для конечных потребителей.

¹ Hotelling H. Stability in Competition // The Economic J. 1929. Vol. 39. No. 153. P. 41-57.

² Welfare analysis of the number and locations of local public facilities / M. Berliant [et al.] // Regional Science and Urban Economics. Elsevier. 2006. Vol. 36.No. 2. P. 207-226.

³ Salop S. Monopolistic Competition with Outside Goods // The Bell J. of Economics. 1979. Vol. 10. No. 1.

⁴ Cournot Competition in a Two-dimensional Circular City / Maldonado [et al.] // The Manchester School. 2005. Vol. 73. No. 1.

⁵ См.: On Heterogeneous Size of Stable Jurisdictions / A. Bogomolnaia [et al.]. 2005; Jurisdictions on the Plane / Dr'eze [et al.]. 2005.

⁶ См.: Ibid.

⁷ Wesolowsky G.O., Love R.F. The Optimal Location of New Facilities Using Rectangular Distances // Operations Research. 1971. Vol. 19. No. 1. P. 124-130.

⁸ См.: On Heterogeneous Size of Stable Jurisdictions / A. Bogomolnaia [et al.]. 2005; Jurisdictions on the Plane / Dr'eze [et al.]. 2005.

Приложение

Листинг Mathcad программы моделирования

ORIGIN:= 1	XdimMin := 0	OBJ := $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$
Xcenter := 0.5	YdimMin := 0	
Ycenter := 0.5	XdimMax := 1	
Rcity := 0.5	YdimMax := 1	

Переменная OBJ может быть любой размерности $2 \times N$, где N - количество объектов.

$$\text{INHABIT}(x, y) := \begin{cases} k & \text{if } (x - X_{\text{center}})^2 + (y - Y_{\text{center}})^2 \leq R_{\text{city}}^2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{HHI}(\text{OBJ}) := \begin{array}{l} \text{ind} \leftarrow 0 \\ i \leftarrow 0 \\ \text{while } i < \text{rows}(\text{OBJ}) \\ \left| \begin{array}{l} \text{ind} \leftarrow \text{ind} + \left(\frac{\int_{X_{\text{dimMin}}}^{X_{\text{dimMax}}} \int_{Y_{\text{dimMin}}}^{Y_{\text{dimMax}}} \text{whoIs}(\text{OBJ}, x, y, i) \, dy \, dx}{\int_{X_{\text{dimMin}}}^{X_{\text{dimMax}}} \int_{Y_{\text{dimMin}}}^{Y_{\text{dimMax}}} 1 \, dy \, dx} \right)^2 \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \text{ind} \end{array}$$

$$\text{NEAREST}(\text{OBJ}, x, y, \text{type}) := \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{mindist} \leftarrow 99999999 \\ \text{minObj} \leftarrow 0 \\ \text{while } i < \text{rows}(\text{OBJ}) \\ \left| \begin{array}{l} \text{dist} \leftarrow \sqrt{(\max(\text{submatrix}(\text{OBJ}, i + 1, i + 1, 1, 1) - x))^2 \dots} \\ \quad + \sqrt{(\max(\text{submatrix}(\text{OBJ}, i + 1, i + 1, 2, 2) - y))^2} \\ \text{mindist} \leftarrow \text{dist} \text{ if } \text{dist} < \text{mindist} \\ \text{minObj} \leftarrow i \text{ if } \text{dist} = \text{mindist} \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \text{out} \leftarrow \text{mindist} \text{ if } \text{type} < 1 \\ \text{out} \leftarrow \text{minObj} \text{ if } \text{type} > 0 \\ \text{out} \end{array}$$

$$\text{cityLoss}(\text{OBJ}) := \int_{X_{\text{dimMin}}}^{X_{\text{dimMax}}} \int_{Y_{\text{dimMin}}}^{Y_{\text{dimMax}}} \text{INHABIT}(x, y) \cdot \text{NEAREST}(\text{OBJ}, x, y, 0) \, dy \, dx$$

$$\text{whols}(\text{OBJ}, x, y, \text{objId}) := \begin{cases} 0 & \text{if } \text{NEAREST}(\text{OBJ}, x, y, 1) \neq \text{objId} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{minOBJ} := \text{Minimize}(\text{cityLoss}, \text{OBJ})$$

minOBJ =

$$\text{cityLoss}(\text{minOBJ}) =$$

$$\text{HHI}(\text{minOBJ}) =$$

Поступила в редакцию 05.11.2010 г.