Замкнутая динамическая модель конкурентного взаимодействия участников экономической системы "производитель - продавец - кредитор"

© 2011 Ю.Н. Макаров
кандидат технических наук,
начальник Сводного управления организации космической деятельности
Федеральное космическое агентство "РОСКОСМОС", г. Москва
© 2011 Г.З. Муратова
Ижевский государственный технический университет
© 2011 В.С. Конышев
кандидат экономических наук
Сарапульский политехнический институт
филиал Ижевского государственного технического университета
E-mail: Public3010@mail.ru, Opt10@mail.ru

В статье разработана замкнутая динамическая модель конкурирующего взаимодействия в экономической системе "производитель - продавец - кредитор". Наличие нескольких целей в системе приводит к возникновению игровой ситуации, которая позволяет рассматривать задачу оптимального управления данной системой как задачу многокритериальной оптимизации.

Ключевые слова: экономическая система, конкуренция, моделирование.

Пусть A - некоторое множество операций, каждая операция a имеет две числовые характеристики $E(a)$, $r(a)$ (например, эффективность и риск) и разные операции обязательно различаются хотя бы одной характеристикой. При выборе наилучшей операции желательно, чтобы $E(a)$ было больше, а $r(a)$ меньше. Говорят, что операция a доминирует относительно операции b, и обозначают $a > b$, если $E(a) \geq E(b)$, $r(a) \leq r(b)$ и хотя бы одно из данных неравенств строгое. При этом операция a называется доминирующей, а операция b - доминируемой. Ясно, что ни при каком разумном выборе наилучшей операции доминируемая операция не может быть признана таковой. Следовательно, наилучшую операцию надо искать среди недоминируемых операций. Множество этих операций называется множеством Парето или множеством оптимальности по Парето. Имеет место следующее утверждение: на множестве Парето каждая из характеристик E, r - (однозначная) функция другой. Говоря иначе, если операция принадлежит множеству Парето, то по одной ее характеристике можно однозначно определить другую[1]. Для построения модели конкурирующего взаимодействия в экономической системе необходимо определить ее состав и структуру, т.е. совокупность объектов, являющихся элементами системы, а также совокупность связей между участниками системы.

Система задается набором свойств объекта и введением переменных, соответствующих каждому свойству. Состояние системы описывается вектором переменных $x \in \Psi$. Каждое состояние зависит от наличия управляемых факторов $u \in U$ и неуправляемых факторов a. Функционирование системы определяется набором действий, правил и алгоритмов поведения участников. По совокупности правил состояние системы выявляется некоторой зависимостью:

$$x = B(u,a). \qquad (1)$$

Эффективность функционирования определяется критериями поведения участников, описываемыми целевыми функциями

$$\Phi_j(x), \quad j = 1,...,m. \qquad (2)$$

Рациональный выбор действий элементов максимизирует (минимизирует) целевые функции (2). Элементы системы могут иметь полную или частичную информацию о модели поведения других элементов.

Задачу (2) можно представить как многокритериальную задачу оптимизации вида

$$\Phi_j(x) \to \min, \quad j = 1,...,m. \qquad (3)$$

Для определения структуры экономической системы уместно сделать ряд предварительных замечаний:

1. Конкуренция имеет место между производителями взаимозаменяемых (и даже однотипных) товаров. Положим, в данном случае речь идет о производстве и реализации на рынке одного вида товара.

2. Предположим, что имеет место ситуация, когда цена на производимый товар контролируется либо государством, либо структурами, его заменяющими, поэтому в течение рассматриваемого периода будем считать ее постоянной и не зависящей от интересов участников конфликта.

3. Важным фактором конкуренции является качество товара. Однако само понятие “качество” включает множество факторов: долговечность, прочность, удобство в эксплуатации, эстетика и т.п. В разных слоях общества шкала предпочтения этих свойств различна. Важную роль при этом играет цена продукта, так что потребитель ориентируется не на само качество, а на отношение цены к качеству.

Для определения стратегии поведения предприятия с целью достижения конкурентоспособности на однородном рынке рассмотрена следующая модель. В состав модели входят *n* предприятий $A_1,...,A_n$, производящих один и тот же вид продукции П (производители), *m* предприятий $B_1,...,B_m$, приобретающих продукцию предприятий $A_1,...,A_n$ и впоследствии реализующих ее конечному потребителю (продавцы), и банк-кредитор $Б$ (см. рисунок).

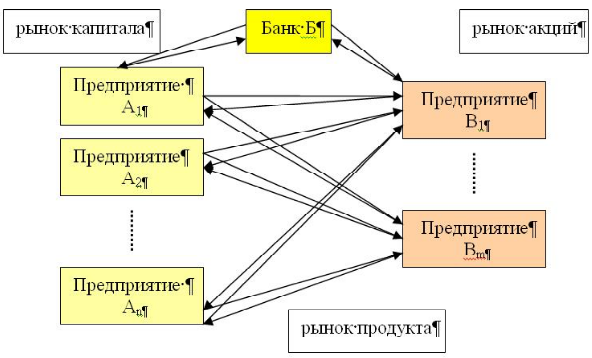

Рис. **Структура рыночных отношений между субъектами системы**

Чтобы успешно конкурировать на международных и внутренних рынках, предприятия должны постоянно внедрять инновации и обновлять свои конкурентные преимущества. Источником этих инноваций и обновления конкурентных преимуществ выступают постоянные инвестиции в материальные и нематериальные активы (например, навыки работников и взаимосвязи с поставщиками). Меняющаяся природа конкуренции и возрастающее давление глобализации в наши дни делают инвестиции решающим фактором достижения конкурентного преимущества. Денежные потоки предприятия выполняют регулирующую балансировочную функцию в процессе производства[2]. Излишек денежных средств приводит к снижению их стоимости из-за инфляции и к утрате их для инвестиционной деятельности.

Предполагается, что в системе для усовершенствования производства и увеличения выпуска продукции каждый *i*-й производитель может отчислять от прибыли денежный ресурс в объеме $V_i(t)$ и воспользоваться кредитом банка *Б* под процент τ, который не больше, чем процент любого другого внешнего банка.

Банк *Б* имеет свободный ресурс $W(t)$, который может использовать на кредитование производителей A_i либо на приобретение акций предприятий B_j. На момент времени t_0 банк *Б* имел долю акций предприятия B_j в размере α_j^o. Таким образом, банк *Б*, владеющий частью акций продавцов $B_1,...,B_m$, заинтересован в совместной деятельности с предприятиями этой структуры.

Участники взаимодействуют в течение конечного непрерывного отрезка времени $[t_0, T]$. Пусть $y_i(t)$ - объем производимого предприятием A_i продукта П. Удельные затраты *i*-го предприятия составляют $c_i(y_i(t))$ и уже включают постоянные и переменные издержки. Продукцию П каждый *i*-й производитель продает предприятию B_j по цене $p_i(t)$, причем $c_i(y_i(t)) \le p_i(t) \le p_0$, где p_0 - рыночная цена товара *П*. Кроме того, цена $p_i(t)$, по которой *i*-й производитель продает свою продукцию, для всех предприятий B_j одинакова.

Затраты на выпуск единицы продукции могут меняться при условии, что в момент времени t в производство вложили дополнительный финансовый ресурс $x_i(t)$, который складывается из финансовых средств *i*-го предприятия и банка. При этом рост капитальных затрат определяется функцией $\psi_i(x_i(t))$, а изменение переменных издержек - функцией $\varphi_i(x_i(t))$. В качестве функции рассматривается

$$c_i(x_i(t), y_i(t)) = \varphi_i(x_i(t))[y_i(t)]^{\beta_I} +$$
$$+\psi_i(x_i(t))\frac{P_i}{y_i(t)+\Delta y_i}, \tag{4}$$

где $\beta_i > 0$ и $P_i > 0$.

Банк в каждый момент времени t решает, куда направить свободный финансовый ресурс

$W(t)$ - на кредитование A_i на условиях τ в размере $K_i(t)$ или на приобретение доли $\omega_j(t)$ акций предприятия B_j (одного или нескольких) на сумму $\Omega_j(t)$, причем $W(t) = \sum_{i=1}^{n} K_i(t) + \sum_{j=1}^{m} \Omega_j(t)$. Внутренняя цена от продажи единицы продукции i-м производителем любому предприятию B_j задается следующим образом:

$$p_i(t) = c_i(x_i(t), y_i(t)) + \xi_i [p_0 - c_i(x_i(t), y_i(t))],$$
$$0 \le \xi_i \le 1. \quad (5)$$

Предприятие B_j покупает продукцию *П* у производителей в объеме $Y_j(t) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij} y_i(t)$, где $\alpha_{ij} y_i(t)$ - количество продукта *П*, покупаемого j-м продавцом у i-го производителя. Также выполняется условие $\sum_{i=1}^{n} y_i(t) = \sum_{j=1}^{m} Y_j(t)$, т.е. продавцы $B_1,...,B_m$ приобретают у производителей $A_1,...,A_n$ всю произведенную ими продукцию. Таким образом, рассматриваемая система является замкнутой.

Прибыль каждого i-го производителя в момент t состоит из выручки от продажи продукта *П*, с вычетом производственных издержек и расчетам по кредитам. Прибыль банка *Б* в момент времени есть сумма процентов по кредитам предприятий A_i и отчислений от прибыли предприятий B_j, соответствующих доле акций, которой к данному моменту времени владеет банк. Прибыль предприятия B_j в момент времени определяется объемом денежных средств, полученных от продажи продукции *П*, а также долей участия банка *Б*.

Тогда:

$$\pi_{Ai}(x_i(t), y_i(t)) = [p_i(x_i(t), y_i(t)) -$$
$$- c_i(x_i(t), y_i(t))] \cdot y_i(t) - (1 + \tau) K_i(x_i(t), y_i(t)),$$
$$i = 1, \dots, n, \quad (6)$$

$$\pi_{Bj}(X(t), Y_j(t)) =$$
$$= (1 - q_j^0(t)) \sum_{i=1}^{n} (p_0 - p_i(x_i(t), y_i(t))) \cdot \alpha_{ij} y_i(t),$$
$$q_j^0(t) = \alpha_j^0 + \omega_j(t), \quad j = 1, \dots, m, \quad (7)$$

$$\pi_Б(X(t), Y(t)) = \tau \sum_{i=1}^{n} K_i(x_i(t), y_i(t)) +$$
$$+ \sum_{j=1}^{m} q_j^0 \pi_{Bj}(X(t), Y_j(t)), \quad (8)$$

где $X(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$ - вектор инвестиций в производство;

$Y(t) = (Y_1(t), \dots, Y_m(t))$ - вектор приобретаемой у производителей продукции.

Пусть $J_{Ai}(T)$, $J_{Bj}(T)$, $J_Б(T)$ - интегральные дисконтированные накапливаемые прибыли, соответственно, производителей A_i, продавцов B_j и банка *Б* на отрезке $[t_0, T]$. Тогда задачи для участников имеют вид:

$$J_{Ai}(T) = \int_{t_0}^{T} [\pi_{Ai}(x_i(t), y_i(t)) - V_i(t)] e^{-\mu_{Ai} t} dt \to \max_{\substack{y_i(t) \in U \\ V_i(t) \in Z}}, \quad (9)$$

где $i = 1, \dots, n$,

$$J_Б(T) = \int_{t_0}^{T} \pi_Б(X(t), Y(t)) e^{-\mu_Б t} dt \to \max_{K_i(t) \in K}, \quad (10)$$

$$J_{Bj}(T) = \int_{t_0}^{T} \pi_{Bj}(X(t), Y_j(t)) e^{-\mu_{Bj} t} dt \to \max_{\alpha_{ij} \in [0,1]}, \quad (11)$$

где $j = 1, \dots, m$.

Здесь μ_{Ai}, μ_{Bj}, $\mu_Б$ - коэффициенты дисконтирования, $y_i(t)$, $V_i(t)$ - управления i-го производителя; $K(t) = (K_1(t), \dots, K_n(t))$ - управление банка; α_{ij} - управление j-го продавца. Выбор непрерывных коэффициентов дисконтирования обусловлен рассмотрением непрерывного промежутка времени. Для упрощения дисконтирования, т.е. процесса отыскания текущей оценки некоего платежа или потоков денежных средств, которые поступят в будущем, часто предполагается, что процентная ставка R не меняется во времени. Тогда коэффициенты дисконтирования принимают вид $q^k = \frac{1}{(1+R)^k}$, где k - период времени, через который ожидается получить прибыль. Последовательность таких коэффициентов дисконтирования образует бесконечно убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем $q = \dfrac{1}{1+R}$. Поэтому при переходе к непрерывному случаю предельная функция дисконтирования будет иметь вид $q^t = e^{-\mu t}$, где $-\mu = \ln q$.

Динамика изменения экономической системы описывается нелинейной системой дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}_i(t) = K_i(t) + V_i(t), \quad x_i(t_0) = x_0, \quad i = 1,\ldots,n. \tag{12}$$

Решение задачи (9),(10),(11) требует использования алгоритма решения задач многокритериальной оптимизации. Рассмотрим основные классические алгоритмы многокритериальной оптимизации:

1. Построение области Парето и предоставление исследователю возможности выбора единственного из Парето-оптимальных решений.

2. Последовательная оптимизация скалярных критериев после введения для них приоритетов с назначением или без назначения уступок. Этот метод скаляризации основан на процедуре упорядочивания критериев по важности и построения процедур последовательной оптимизации сначала по первому критерию, затем по второму, третьему и т.д.

Для метода последовательного достижения частных целей характерно поэтапное решение задач векторной оптимизации. Каждый этап - достижение определенной цели, т.е. выбор решения, связанного с одним компонентом векторного критерия, например, с достижением на этапе *j* соотношения

$$\Phi_j(x) \le \overline{\Phi}^j, \tag{13}$$

где $\overline{\Phi}^j$ - максимально допустимое значение Φ_j.

На результат решения влияет порядок достижения частных целей, поэтому все скалярные критерии предварительно необходимо упорядочить по приоритетам. В методе последовательных уступок после установления отношения (13) решают задачу максимизации критерия Φ_1, отыскивают оптимальное значение Φ_1^0, а затем назначают уступку $\Delta\Phi_1$, т.е. ту потерю эффективности по критерию Φ_1, которая может быть допущена с целью максимизации других компонентов векторного критерия. После этого решают следующую задачу:

$$\Phi_2(x) \to \min,\ \Phi_1(x) \le \Phi_1^0(x) + \Delta\Phi_1$$

и так далее до последнего критерия. К недостаткам метода последовательных уступок следует отнести необходимость формирования экспертных оценок как для назначения приоритетов, так и для назначения уступок, а также необходимость применения различных процедур оптимизации, если скалярные критерии имеют различную математическую форму.

3. Оптимизация на основе компромиссных отношений, вводимых путем назначения весовых коэффициентов для каждого скалярного критерия. Наиболее распространенный способ скаляризации состоит в формировании общего критерия в виде суммы

$$F(x) = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \Phi_j(x) \to \min, \tag{14}$$

где λ_j - весовые коэффициенты важности критериев и $\sum_{j=1}^{m} \lambda_j = 1$.

Задача определения весовых коэффициентов также решается путем экспертных оценок. Решение, удовлетворяющее экстремуму критерия (14), является одновременно и Парето-оптимальным.

4. Задача пороговой оптимизации заключается в выделении из всего множества критериев наиболее важного, а остальные критерии сводят в систему ограничений. В результате получают задачу пороговой оптимизации, решение которой принадлежит области Парето:

$$\Phi_1(x) \to \min,\ \Phi_j(x) \le \Phi_j^d, \quad j = 2,\ldots m,$$

где Φ_j^d - допустимые значения критериев.

5. Оптимизация, основанная на приближении решения к некоторому, специальным образом выбранному, идеальному значению[3]. Наиболее часто идеальное решение задают в пространстве минимизируемых критериев утопической точкой с координатами $\left(\Phi_1^0, \Phi_2^0, \ldots \Phi_m^0\right)$, где Φ_j^0 - максимальное значение *j*-го критерия, полученное без учета остальных критериев. В качестве меры приближения искомого решения к идеальному применяется норма:

$$\left\|\Phi(x) - \Phi^0(x)\right\| \text{ или } \sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\Phi_j(x)}{\Phi_j^0(x)} - 1\right)^2. \tag{15}$$

При введении утопической точки решение задачи распадается на два этапа: определение оптимальных значений каждого скалярного критерия независимо от остальных критериев; решение задачи минимизации отклонения от утопической точки по критерию (15). Основной проблемой, касающейся большинства традиционных методов, является необходимость прогонять алгоритм несколько раз для получения репрезентативной аппроксимации множества эффективных точек (число итераций равно мощности предполагаемой аппроксимации множества Парето). К еще более существенному недостатку относится то, что получаемая аппроксимация множества недоминантных решений может оказаться нерепрезентативной, так как генерируемые эффективные точки будут неравномерно распределены как в пространстве альтернатив, так и в пространстве критериев.

---

[1] *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М., 1982.

[2] См.: *Гусаков В.Г.* Какой должна быть инфраструктура и стратегия инновационной экономики // Наука и инновации. 2006. □ 7. С. 38-42; *Лебедева Т.И., Лялин В.Е.* Математическое моделирование оптимального управления долгосрочным развитием компании // Вестн. Белгород. ун-та потребит. кооперации. 2005. □ 4. С. 25-45.

[3] *Исаев С.А.* Решение многокритериальных задач. URL: http://bspu.ab.ru/Docs/~saisa/ga/idea1.html.

Поступила в редакцию 07.12.2010 г.