

## Спецификация стохастической фронтальной модели в исследовании конкурентных преимуществ развития малого предпринимательства

© 2009 Н.Ю. Свечникова

Самарский государственный экономический университет

Рассматривается применение стохастической фронтальной модели в исследовании уровней развития малого предпринимательства в регионах. Для спецификации стохастической фронтальной модели были протестированы функции Кобба - Дугласа и транслогарифмическая. На основе отношения максимального правдоподобия была выбрана функция Кобба - Дугласа.

*Ключевые слова:* развитие малого предпринимательства, современные методы исследования, стохастическая фронтальная модель, входные и выходные параметры, функциональная форма фронта, функция Кобба - Дугласа, транслогарифмическая функция, отношение максимального правдоподобия.

Малое предпринимательство является неотъемлемой частью современной рыночной экономики. В условиях глобального экономического кризиса произошло усиление социальной функции малого предпринимательства как одного из основных источников новых рабочих мест. Уровень развития малого предпринимательства в России значительно отстает от его уровня в странах с развитой рыночной экономикой: количество малых предприятий в России в 27 раз ниже, чем в США и Великобритании, количество малых предприятий на 10 тыс. населения меньше в 3-4 раза, в 5-6 раз ниже созданный в малом предпринимательстве ВВП и приблизительно в 3 раза меньше количество трудоспособного населения, занятого в малом предпринимательстве<sup>1</sup>.

На государственном уровне значимость малого предпринимательства подчеркивается в законодательных документах. На современном этапе наиболее актуальным является инновационный путь развития малого предпринимательства, что было подчеркнуто Президентом Российской Федерации Д. Медведевым, подписавшим Федеральный закон "О внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации по вопросам создания бюджетными научными и образовательными учреждениями хозяйственных обществ в целях практического применения (внедрения) результатов интеллектуальной деятельности"<sup>2</sup>. Данный закон был принят

<sup>1</sup> См.: Банк готовых документов США в цифрах // <http://www.fedstats.gov/>; <http://www.census.gov/>; Банк готовых документов Великобритании в цифрах. Режим доступа: <http://stats.berr.gov.uk/ed/sme/>; Малое предпринимательство в России 2008: Стат. сб. / Росстат. М., 2008.

<sup>2</sup> О внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации по вопросам создания бюджетными научными и образовательными учреждениями хозяйственных обществ в целях практического применения (внедрения) результатов интеллектуальной деятельности: Федер. закон от 2 авг. 2009 г. № 217-ФЗ. Режим доступа: [http://www.businesspravo.ru/Docum/DocumShow\\_DocumID\\_155047.html](http://www.businesspravo.ru/Docum/DocumShow_DocumID_155047.html).

Государственной Думой 24 июля и одобрен Советом Федерации 27 июля 2009 г.

Интенсификация процессов развития и поддержки малого предпринимательства привела к росту объемов информации, способствующей его успешному функционированию. Это обусловило необходимость применения современных методов оценки уровня развития малого бизнеса и обоснования путей его повышения. В качестве такого метода можно выделить стохастический фронтальный анализ, позволяющий получить количественные оценки конкурентных преимуществ (КП) развития малого предпринимательства в регионах.

Стохастическая фронтальная модель была впервые сформулирована Aigner, Lovell, Schmidt и Meeusen, van den Broeck в 1977 г. и использовалась в производственном анализе<sup>3</sup>. Наиболее полное ее описание дано в работе Subal C. Kumbhakar и С.А. Knox Lovell<sup>4</sup>. Особенности модели являются построение границы эффективности на основе заданной спецификации ее функциональной формы и непосредственное включение в модель случайного компонента. Стохастическая фронтальная модель содержит два компонента случайного члена: а) компонент, отражающий влияние случайных факторов; б) компонент, отражающий неэффективность развития малого предпринимательства в регионе (строго

<sup>3</sup> См.: Aigner D.J., Lovell C.A.K., Schmidt P. Formulation and Estimation of Frontier Production Function Models // J. of Econometrics. 1977. № 6. P. 27-37; Lilyan E. Fulginiti, Richard K. Perrin, Bingxin Yu. Institutions and Agricultural Productivity in Sub-Sahara Africa. Department of Agricultural Economics, University of Nebraska. 2003. Режим доступа: <http://www.ecsocman.edu.ru/images/pubs/2003/12/30/0000141688/029.pdf>.

<sup>4</sup> Subal C. Kumbhakar, Lovell C.A.K. Stochastic Frontier Analysis. - Cambridge University Press, 2003. Режим доступа: [http://books.google.ru/books?id=wrKDztxLWZ8C&dq=stochastic+frontier+analysis&printsec=frontcover&source=bl&ots=L0KvEYKJ\\_3&sig=jTH07kcNfF4IT43lwLsNxTbSW\\_Q&hl=ru&ei=ptIkSq7uGsqQsAbcyNSABg&sa=X&oi=book\\_result&ct=result&resnum=3](http://books.google.ru/books?id=wrKDztxLWZ8C&dq=stochastic+frontier+analysis&printsec=frontcover&source=bl&ots=L0KvEYKJ_3&sig=jTH07kcNfF4IT43lwLsNxTbSW_Q&hl=ru&ei=ptIkSq7uGsqQsAbcyNSABg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=3).

неположительный). Законы распределения случайного компонента неэффективности выбираются исследователем и задаются при спецификации модели.

Основой методики является рассмотрение региона как сложной системы с набором входных параметров (используемых ресурсов) и выходных параметров (уровень развития малого предпринимательства). Методика базируется на основных положениях теории множества производственных возможностей, границы этого множества и теории производственных функций.

К преимуществам применения стохастического фронтального анализа можно отнести многофакторный характер модели, сравнимость полученных оценок эффективности, объективность методики, вероятностный подход к измерению эффективности, а также возможность тестирования различных гипотез.

Основным недостатком модели является необходимость четкой спецификации функциональной формы границы эффективности и закона распределения неэффективностей. В обоих случаях недостаток четкой спецификации устраняется путем использования гибких функциональных форм и законов распределения.

Основной задачей при построении стохастической фронтальной модели является выбор наиболее подходящей функциональной формы производственного фронта, поскольку от нее зависит точность результатов расчета коэффициента КП. При выборе функциональной формы фронта необходимо учитывать следующее:

- наиболее точную аппроксимацию существующей производственной границы позволяет получить более гибкая функциональная форма, которая увеличивает точность оценок КП развития малого предпринимательства;

- наличие немонотонной зависимости выходных параметров от входных, а также возможность исследования U-образных зависимостей, распространенных в экономических моделях;

- оценивание параметров модели на основе эконометрических процедур (возможность линеаризации функциональной формы).

В статистических исследованиях наиболее часто используется функция Кобба - Дугласа, которая имеет вид

$$f(x, \beta) = \beta_0 \prod_{i=1}^N x_i^{\beta_i} .$$

Данная функция характеризуется небольшим количеством параметров и возможностью линеаризации логарифмированием. Ее слабые стороны - недостаточная гибкость и монотонная зависимость от входных параметров.

В отличие от производственной функции Кобба - Дугласа, CES-функция предназначена для исследования эластичности замещения между факторами:

$$f(x, \beta) = \beta_0 \left( \sum_{i=1}^N \beta_i x_i^{\rho} \right)^{1/\rho} .$$

При построении модели на основе данной функциональной формы необходимо учитывать, что она не является линейной по параметрам и ее невозможно линеаризовать аналитически, что ограничивает выбор метода оценивания.

Обобщенная функция Леонтьева (Diewert-функция) позволяет моделировать технологический процесс с произвольной матрицей попарных эластичностей входных ресурсов и является менее ограничивающей, чем функции Кобба - Дугласа и CES:

$$f(x, \beta) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \beta_{ij} (x_i x_j)^{1/2}, \beta_{ij} = \beta_{ji} .$$

Как правило, данная функциональная форма используется для спецификации модели с фронтиром издержек, что обусловлено возможностью применения теории двойственности, т.е. если функция издержек дифференцируема по ценам ресурсов хотя бы один раз, то оптимальная функция спроса на конкретный ресурс приравнивается к производной функции издержек по его ценам.

Наиболее распространенной при спецификации стохастической фронтальной модели является транслогарифмическая функция вида

$$f(x, \beta) = \beta_0 + \sum_{i=1}^N \beta_i \ln(x_i) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \beta_{ij} \ln(x_i) \ln(x_j), \beta_{ij} = \beta_{ji} .$$

Данная функция является квадратичной по своим аргументам и позволяет учитывать немонотонные зависимости выходных параметров от входных. Также преимуществами данной функции выступают ее линейность преобразованным переменным и относительно небольшое количество оцениваемых параметров.

Функции Кобба - Дугласа и CES являются частными случаями транслогарифмической функциональной формы, что обуславливает исследование преимуществ использования более сложной модели с помощью статистических тестов. Так, при  $\beta_{ij} = 0$  транслогарифмическая функция сводится к функции Кобба - Дугласа, а при аппроксимации CES-функции рядом Тейлора вто-

рого порядка при  $p \rightarrow 0$  также получаем частный случай транслогарифмической функции. К недостаткам данной функциональной формы можно отнести наличие неэкономических областей у транслогарифмического производственного фронта, изначальное предположение об U-образной форме зависимости вследствие квадратичности формы, а также плохое приближение транслогарифмическим фронтиром измерений, находящихся далеко от среднего значения выборки.

Указанные ограничения вызвали необходимость рассмотрения более гибких функциональных форм, одной из которых является транслогарифмическая функция с включением тригонометрических членов ряда Фурье (функция Фурье - Флексибл):

$$f(x, \beta) = \beta_0 + \sum_{i=1}^N \beta_i \ln(x_i) +$$

стоимости пшеницы, полученной с акра земли, соответствуют пять входных параметров, таких как стоимость органических и минеральных удобрений, фонд заработной платы работников, затраты на животный труд и сельскохозяйственную технику (на акр земли). В качестве спецификации модели была выбрана функция Кобба - Дугласа, как наиболее соответствующая используемым параметрам. Авторы приходят к выводу о том, что при снижении уровня технической неэффективности возможно увеличение средней урожайности пшеницы на 6,4%.

В работе Ma Angeles Diaz и Rosario Sanchez на основе стохастической фронтальной модели оценивается эффективность производства продукции малыми и средними предприятиями<sup>6</sup>. Зависимой переменной в данном случае выступила добавочная стоимость за соответствующий период, входными параметрами при этом являлись: стоимость основных фондов за исключением земельных угодий, зданий и сооружений; численность работников предприятий. В качестве спецификации модели использовалась транслогарифмическая функция, так как исследуемая совокупность была представлена панельными данными. Таким образом, авторы приходят к выводу о том, что полученные количественные оценки эффективности позволяют интерпретировать различия во влиянии неэффективности на выпуск продукции.

В качестве метода тестирования гипотез о функциональной форме фронта использовался метод, основанный на отношении максимального правдоподобия<sup>7</sup>:

где  $L(H_0)$  и  $L(H_1)$  - значения функций максимального правдоподобия для нулевой и альтернативной гипотезы, соответственно.

Статистика  $LR$  имеет распределение  $\chi^2$  с количеством степеней свободы, равным разнице в количествах ограничений между нулевой и альтернативной гипотезами. При выборе функциональной формы фронта рассматривались функции Кобба - Дугласа и транслогарифмическая, что дает возможность проведения теста вида "простая модель против более сложной модели".

С целью минимизации входных параметров модели были применены коэффициенты корреляции показателя сальдированного финансового

Аппроксимация существующей производственной функции с заданной точностью обеспечивается ортогональными членами, входящими в состав данной функции. Однако большое число оцениваемых параметров ограничивает использование функции Фурье - Флексибл для выборок небольшого размера, что затрудняет проведение сравнительного анализа развития малого предпринимательства в Российской Федерации и странах с развитой рыночной экономикой.

В своей статье Sarfraz Hassan и Bashir Ahmad используют стохастический фронтальный анализ для определения технической эффективности работы фермеров Пакистана, занимающихся выращиванием пшеницы<sup>5</sup>. Выходному параметру

<sup>5</sup> Sarfraz Hassan, Bashir Ahmad. Stochastic Frontier Production Function, Application and Hypothesis Testing // International Journal of Agriculture and Biology. Vol. 7. № 3. 2005. P. 427-430.

<sup>6</sup> Diaz M.A., Sanchez R. Firms' size and productivity in Spain: a stochastic frontier analysis. University of Valencia, Department of Economic Analysis, Faculty of Economics, Campus dels Tarongers. 2002 // <http://www.ecomod.org/files/papers/1605.pdf>.

<sup>7</sup> Lilyan E. Fulginiti, Richard K. Perrin, Bingxin Yu. Cit. op.

результата малых предприятий на 1000 населения (выходной параметр), рассчитанные для совокупности факторов, потенциально влияющих на развитие малого предпринимательства в регионах Российской Федерации. Так, в качестве входных параметров использовались: среднесписочная численность работников малых предприятий на 1000 населения, инвестиции в основной капитал малых предприятий на 1000 населения и доля расходов на оплату услуг в общей структуре потребительских расходов. Для тестирования транслогарифмической функции был введен дополнительный выходной параметр - плотность предпринимательской активности региона.

Значения функции максимального правдоподобия составили  $L(H_0) = 5382,48$  и  $L(H_1) = 2860,03$ , где  $H_0$  и  $H_1$  - нулевая (транслогарифмическая функция) и альтернативная (функция Кобба - Дугласа) гипотезы, соответственно. Наблюдаемое значение статистики отношения максимального правдоподобия  $\lambda$  при этом равно 1,26,

а значение  $\chi^2$  критического (уровень доверия 95%) составляет 3,84. Таким образом, гипотеза  $H_0$  о преимуществе производственного фронта в форме транслогарифмической функции над функцией Кобба - Дугласа была отклонена на уровне 95%. Данный факт свидетельствует о том, что лучшей спецификацией модели является функциональная форма Кобба - Дугласа.

Таким образом, итоговая стохастическая фронтальная модель будет иметь вид

$$\ln(y_i) = f(x_i, \beta) + v_i - u_i,$$

где  $f(x, \beta) = \beta_0 \prod_{i=1}^N x_i^{\beta_i}$ ,  $f(x, \beta)$  - производственный фронт;

фронт;

$\beta$  - вектор неизвестных оцениваемых параметров, определяющих КП развития малого предпринимательства;

$x_i$  - вектор входных параметров;

$N$  - число входных параметров;

$v_i$  - компонент, отражающий случайное колебание

производственного фронта,  $v_i \sim N(0; \sigma_v^2)$ ,  $i=1, \dots, N$ ;

$u_i$  - компонент, отражающий техническую неэффективность развития малого предпринимательства в регионе,  $u_i = \ln y_i^{\max} - \ln y_i \geq 0$ ,  $i=1, \dots, N$ .

С помощью метода нелинейного оценивания в пакете STATISTICA 6.0 были получены количественные характеристики, определяющие КП развития малого предпринимательства в регионах Российской Федерации. Стохастическая фронтальная модель для регионов Российской Федерации примет следующий вид:

$$\ln(y) = 0,002 \cdot x_1^{17/10} \cdot x_2^{-3/50} \cdot x_3^{12/5} + 3,64 - 2,76,$$

$$\ln(y) = 0,002 \cdot x_1^{17/10} \cdot x_2^{-3/50} \cdot x_3^{12/5} + 0,88.$$

Параметр  $v_i$  исчислялся как дисперсия суммы интегральных оценок внешних факторов, оказывающих негативное влияние на развитие малого предпринимательства. Отбор факторов осуществлялся на основе значений коэффициентов корреляции показателя сальдированного финансового результата малых предприятий на 1000 населения.

В заключение следует отметить, что формирование и развитие малого предпринимательства выступают ключевыми факторами стабилизации, оживления и постепенного выхода экономики России из кризиса. Малое предпринимательство способствует формированию рациональной структуры экономики и конкурентной среды, среднего класса населения, смягчению безработицы, увеличению доходной части бюджетов всех уровней, повышая тем самым политическую, экономическую и социальную стабильность в обществе. Интенсивное развитие малого предпринимательства является необходимым условием эффективной рыночной экономики в регионах. Малое предпринимательство способно решать многие социально-экономические задачи, стоящие перед регионами, поддерживать хозяйственную и финансовую самостоятельность территориальных образований. Поэтому перспективы развития регионов самым непосредственным образом связаны с выработкой стратегических решений в сфере поддержки малого предпринимательства.

Поступила в редакцию 06.07.2009 г.