
КОНСУЛЬТАЦИИ

А.Е. Сериков
(Самара)

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

В статье рассматриваются понятия фрактала, масштабной инвариантности, дробной размерности применительно к социологическим данным. Подробно раскрываются способы фрактального анализа динамических рядов. Обсуждаются также перспективы фрактального анализа в социологии.

Ключевые слова: моделирование социальных процессов, социальная динамика, цикличность, детерминированный хаос, синергетика, фракталы, масштабная инвариантность, дробная размерность, показатель Херста, временные ряды.

Основные понятия

Понятие фрактала ввел около 30 лет тому назад французский математик Бенуа Мандельброт, основатель так называемой фрактальной геометрии. Фрактальная геометрия интенсивно развивается, находя приложение в самых разнообразных областях научного знания, где было предложено множество определений фракталов – от строго математических до метафорических. В одной из последних работ Мандельброт определяет фракталы как неправильные, шероховатые, пористые или раздробленные объекты, форма которых воспроизводится в любом масштабе. «Можно сказать, что *форма этих объектов не изменяется от того,*

Андрей Евгеньевич Сериков – кандидат философских наук, доцент кафедры философии и декан философско-филологического факультета Самарской гуманитарной академии. E-mail: aeserikov@mail.ru.

рассматриваем мы их вблизи или издалека» [1, с. 50–51]. Это определяющее свойство фракталов обычно называют *масштабной инвариантностью*.

Простейшим примером масштабной инвариантности является *самоподобие*. Самоподобный объект состоит из частей, получающихся путем преобразования *подобия* целого объекта. При этом преобразование подобия, т.е. линейное сжатие (редукция) объекта, может сопровождаться переносом, отражением (осевой симметрией) или вращением. В итоге всякая малая часть самоподобного объекта, если ее увеличить, может быть наложена на его большую часть или на объект в целом.

Один из самых известных в математике самоподобных объектов – *снежинка Коха*. Алгоритм ее построения состоит из последовательных шагов, проиллюстрированных на рис. 1. Берем за основу равносторонний треугольник (нулевой шаг или «затравка»). Каждая из сторон равностороннего треугольника делится на три равных отрезка, затем средний отрезок каждой стороны используется как основание для построения новых равносторонних треугольников, после чего основания новых треугольников отбрасываются (1-й шаг). Каждая из сторон получившегося многоугольника делится на три равных отрезка, на средних отрезках строятся равносторонние треугольники, после чего их основания отбрасываются (2-й шаг). И так далее, *до бесконечности*.

Самоподобные объекты – это искусственные математические объекты. Их еще называют *регулярными* фракталами. В природе и обществе строгое подобие не встречается. Большая часть фрактальных объектов, реально встречающихся в природе и обществе, обладает свойством масштабной инвариантности, не будучи самоподобной в строгом смысле этого слова. И еще одно отличие: регулярным фракталам присуща бесконечная делимость, а реальные фракталы ограничены в размерах и лишены бесконечно малых деталей.

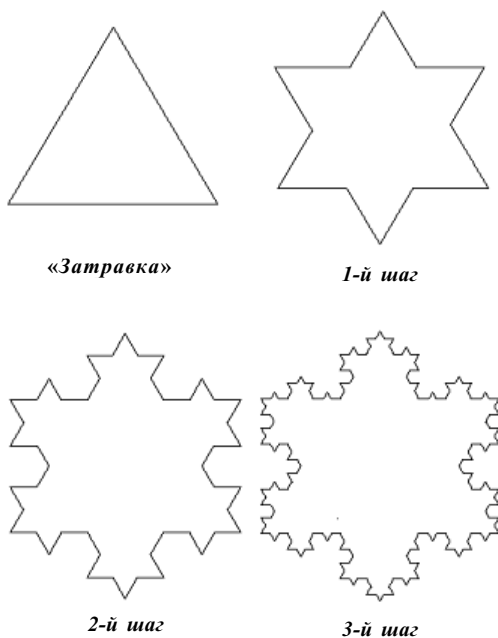


Рис.1. Первые 4 шага построения снежинки Коха

Более сложная форма масштабной инвариантности называется *самоаффинностью*. Аффинные преобразования – это обобщение преобразований подобия. Преобразование называется *аффинным*, если оно непрерывно и взаимно однозначно, а образом любой прямой является прямая. Например, в ходе аффинных преобразований правильные многоугольники превращаются в неправильные, но треугольники остаются треугольниками, четырехугольники – четырехугольниками и т.д. [2]. Соответственно самоаффинными объектами можно назвать такие, которые состоят из частей, получающихся в ходе аффинных преобразований целого объекта. При этом, согласно Мандельброту, самоаффинность исключает вращение [1, с. 64]. Очевидно, что существуют и более

общие формы масштабной инвариантности. Главное для определения фрактала то, что его части, рассматриваемые в одном масштабе, в каком-то смысле похожи на части, рассматриваемые в другом масштабе.

Второе важнейшее свойство фракталов – их *дробная размерность*. Чтобы понять, о чем идет речь, вспомним сначала о математическом различии между топологической и метрической размерностями.

Топологическая размерность геометрической фигуры – это число координат, необходимых для определения положения, лежащей на этой фигуре точки. Так, положение точки на линии определяется одной координатой, а на плоской фигуре – двумя координатами. Можно представить n -мерную фигуру, но ее топологическая размерность всегда будет выражена целым числом.

Метрической размерностью называют число, выражающее связь между измеряемым размером фигуры и единицей, лежащей в основе измерения. Пусть размер фигуры $N(u)$ – это количество покрывающих ее единичных объектов u . Например, длину линии измеряют количеством помещающихся на ней миллиметров или сантиметров, или других единичных отрезков. Площадь обычно измеряют количеством покрывающих ее единичных квадратов, а объем – количеством заполняющих его единичных кубов. Чем меньше единичные отрезки, тем больше будет размер. В простейшем случае можно записать, что $N(u) = (1/u)^D$, где D – метрическая размерность. Так, если первоначально измерять геометрический объект в метрах ($u = 1$ м), а затем последовательно переходить к дм, см, мм, это будет переход от u к $u/10$, затем к $u/100$ и $u/1000$. При этом для длины линии будет выполняться равенство $N(u) = (1/u)^1$, для площади плоской фигуры – $N(u) = (1/u)^2$, для объема трехмерного тела – $N(u) = (1/u)^3$. Соответственно метрическая размерность линий равна 1, метрическая размерность плоских фигур равна 2, а объемных фигур – 3, т.е. совпадает с их топологической размерностью. Но есть фигуры,

метрическая размерность которых является дробной и отличается от топологической.

Если размерность объектов целая, их размер будет оставаться одинаковым при переходе от больших единиц к меньшим и наоборот. Например, линия длиной 155000 мм будет иметь длину 15500 см или 155 м. Но рассмотрим такой природный объект, как берег реки, озера или моря. Длина береговой линии будет разной в зависимости от того, измерим мы ее километрами, метрами, сантиметрами или миллиметрами. Береговая линия, как бы мы не увеличивали масштаб ее рассмотрения, всегда остается извилистой, и при увеличении масштаба мы обнаруживаем все большее количество новых более мелких извилин. При измерении мы сможем учитывать длину лишь тех извилин, которые сопоставимы с единицами измерения. Поэтому длина береговой линии, измеренная в миллиметрах, окажется больше длины, измеренной в метрах, т.е. ее размер будет изменяться в зависимости от единиц измерения. Она может быть равна 155 м, и при этом она же будет равна, например, 155987 мм. Такая природная линия является чем-то промежуточным между математической линией и математической плоскостью и имеет размерность $1 < D < 2$. Если единица измерения u стремится к нулю, размер $N(u)$ асимптотически приближается к величине u^{-D} , что можно записать как $N(u) \sim (1/u)^D$.

В настоящее время существуют разные подходы к измерению метрической размерности объектов, но все они ведут происхождение от *размерности Хаусдорфа*, введенной для компактного множества, размер которого $N(r)$ измеряется количеством шаров радиуса r , покрывающих это множество. Размерность Хаусдорфа определяется по формуле

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln N(r)}{\ln(1/r)}.$$

Обобщение размерности Хаусдорфа на случай неограниченного множества называется *размерностью Хаусдорфа-Безиковича* (РХБ). На практике измерение РХБ часто сводится к измерению

клеточной размерности, когда измеряемый объект покрывается не шарами единичного радиуса, а клетками (отрезками) с единичной стороной. Именно об этой размерности шла речь в примере с береговой линией.

Определим клеточную размерность снежинки Коха. Будем измерять размер периметра N по мере ее построения. Единицами измерения u будут служить стороны получающихся в результате каждого шага многоугольников. Номера шагов обозначим n . Для исходного треугольника ($n = 0$) имеем $u_0 = 1$, $N_0 = 3$. Далее в результате каждого очередного шага единица измерения будет уменьшаться в 3 раза, а периметр, измеренный в соответствующих единицах, будет увеличиваться в 4 раза: $u_1 = 1/3$, $N_1 = 12$; $u_2 = 1/9$, $N_2 = 48$; $u_3 = 1/27$, $N_3 = 192$ и т.д. Это можно обобщить для снежинки Коха следующим образом: $u = (1/3)^n$; $N = 3 \cdot 4^n$. Подставляем полученные значения u и N в формулу $N \sim (1/u)^D$. Полу-

$$\text{чаем } D = \frac{\ln 4}{\ln 3} \approx 1,26.$$

Вторичный анализ данных, собранных А.Л. Чижевским

Графики многих временных рядов, с которыми имеют дело социологи, чисто внешне выглядят как фракталы: они изломаны и их форма в целом воспроизводится при изменении масштаба. Поэтому естественным является предположение о фрактальной природе данных, лежащих в основе этих графиков. Как проверить это предположение? Во-первых, наглядно продемонстрировать наличие масштабной инвариантности, а во-вторых, измерить дробную размерность.

Возьмем в качестве материала данные, характеризующие ежедневное изменение суммарного количества массовых политических событий и беспорядков в 21 стране мира в период с марта 1923 г. по декабрь 1927 г., собранные А.Л. Чижевским [3, с. 436–437]. Речь идет о восстаниях, мятежах, бунтах, кровавых

столкновениях, войнах, брожениях, массовых беспорядках, резне, погромах, покушениях, заговорах, забастовках, стачках, демонстрациях, манифестациях, митингах, терроре. Эти данные общедоступны, подробны, заслуживают доверия. Интересно, что сам А.Л. Чижевский интерпретирует их в контексте представлений о социальных циклах, имеющих целую размерность, поскольку в его время идея дробной размерности не была известна. Он применяет методы статистического сглаживания временного ряда, а мы покажем, что в изначальном виде этот ряд фрактален.

Впервые автор проверил гипотезу о фрактальности данных А.Л. Чижевского, когда еще не были распространены специальные компьютерные программы для фрактального анализа [4]. Поэтому дробная размерность динамического ряда вычислялась «вручную» с использованием только Microsoft Excel. Этот опыт интересен с методической точки зрения, так как позволяет глубже понять суть масштабной инвариантности и дробной размерности в применении к динамическому ряду.

Анализируемый ряд содержит данные за 1767 дней, количество событий варьируется от 0 до 20 в день. Начало ряда выглядит следующим образом: 5, 1, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 0, 0, 1, 0, 2... Если построить график этого ряда, а затем сделать то же самое, сгруппировав события по несколько дней, по неделе, месяцу, году, формы этих графиков будут в общих чертах воспроизводить друг друга. Например, на рис. 2 представлены графики числа массовых событий в 1923 г., подсчитанных на каждый день, а также сгруппированных по 4 дня и по 16 дней. Форма ряда при разных масштабах похожа, но при этом элементы графиков не повторяются в точности.

Эту визуально выявляемую масштабную инвариантность можно проверить математически. Форма ряда характеризуется тем, насколько часто происходят переходы от дней (периодов) с малым количеством событий к дням (периодам) с большим количеством событий. Скажем, если в один из дней произошло 2 события,

а в следующий день произошло 5 событий, то различие между этими днями будет равно 3; если в один период из 4 дней произошло 7 событий, а в последующий период из 4 дней произошло 6 событий, то различие между периодами будет равно -1 . Очевидно, что форма ряда связана с тем, как распределены такие различия, и масштабная инвариантность должна выражаться в подобии распределения различий на разных уровнях. На рис. 3 изображены распределения модулей различий между количеством массовых событий в 1923–1927 гг. для масштабов в 1, 4 и 16 дней, а также, для сравнения, распределение различий для аналогичного количества случайных последовательно генерируемых целых чисел от 0 до 20, что соответствует вариации количества массовых событий при масштабе в 1 день. Графики демонстрируют, что распределения различий изучаемого временного ряда на разных уровнях подобны друг другу (практически совпадают), радикально при этом отличаясь от распределения различий математически случайного процесса.

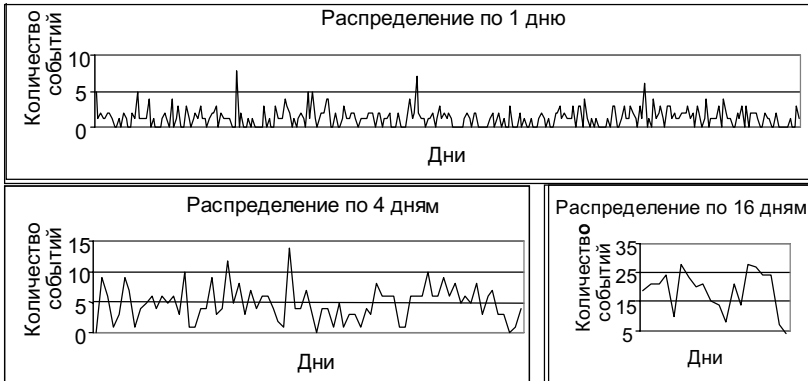


Рис. 2. Количество событий с участием масс в марте-декабре 1923 г.

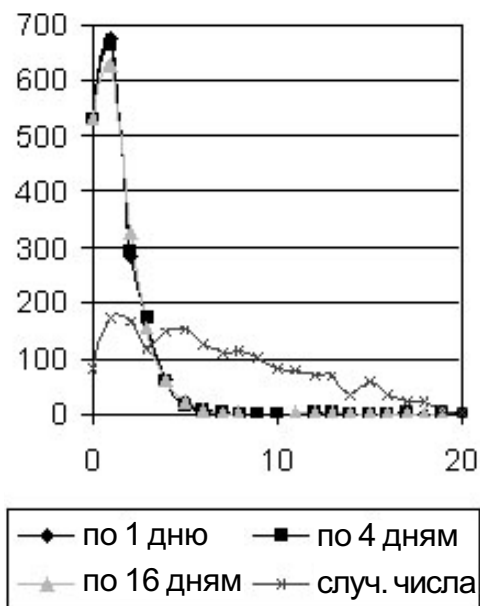


Рис. 3. Распределение различий между количеством событий

Исследуемый динамический ряд, строго говоря, не является геометрической фигурой, так как точки ряда соединены линией лишь для наглядности. Поэтому мы не можем измерять РХБ или клеточную размерность, но должны придумать их некоторый аналог. А для этого нужно решить принципиальный вопрос о том, что считать единицами измерения и размером.

Пусть единицей измерения анализируемого ряда будет некоторое количество событий u , а размером ряда $N(u)$ – сумма таких единиц по ряду в целом. Для того чтобы измерить $N(u)$, мы должны подсчитать, сколько единиц u «покрывает» количество событий в каждый из дней, а затем подсчитать сумму единиц u по всем дням в совокупности. Если при этом в какой-то день было количество событий, меньшее u , с точки зрения данного масштаба будет считаться, что событий не было вовсе. Если разница между количеством событий, произошедших в различные дни,

была меньше u , в данном масштабе она не будет фиксироваться. Допустим $u = 4$, тогда при подсчете $N(u)$ мы не будем учитывать те дни, в которые произошло от 0 до 3 событий; если в день произошло от 4 до 7 событий, учтем 1 единицу u , если произошло от 8 до 11 событий, учтем 2 единицы u и т.д.

Пусть n – номер последовательных процедур измерения размера $N_n(u)$, использующих единицы измерения от u_1 до u_n . Тогда $N_n(u) \sim (1/u_n)^D$, где D – размерность ряда, равная $D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln N_n(u)}{\ln(1/u_n)}$.

Таким образом, для подсчета размерности необходимо выяснить закон эмпирической зависимости N_n от u_n для данного процесса, и проще всего это сделать, если задать некоторый закон пошагового изменения u_n и фиксировать, как изменяется N_n . При этом следует помнить, что с содержательной точки зрения u_n не может быть равна нулю или быть отрицательным числом (эмпирические нули должны быть интерпретированы как ненулевые события, которые были недостаточно массовыми, чтобы быть зафиксированными). В ходе экспериментов с различными законами изменения u_n выяснилось, что удобнее всего подсчеты производить, когда u_n изменяется экспоненциально. Поскольку данные в ряду варьируются от 0 до 20, пусть $u_n = 64/2^n$. При этом последовательные значения единиц измерения будут равны $u_1 = 32$, $u_2 = 16$, $u_3 = 8$, $u_4 = 4$, $u_5 = 2$, $u_6 = 1$. Тогда эмпирические значения $N_n(u)$ для исследуемого ряда окажутся следующими: $N_1(u) = 0$, $N_2(u) = 5$, $N_3(u) = 15$, $N_4(u) = 131$, $N_5(u) = 677$, $N_6(u) = 2085$.

Если построить график изменения эмпирических значений $N_n(u)$ в зависимости от n , он выглядит как экспонента. Попробуем подобрать теоретическую экспоненту $N_{\text{теор}}(n)$, аппроксимирующую полученные эмпирические значения. Поскольку наше первое эмпирическое значение равно 0, автоматическая аппроксимация, осуществляемая в Microsoft Excel, нам не подойдет. Для того чтобы первая точка была равна 0, формула экспоненты должна

иметь следующий вид: $N_{\text{теор}}(n) = ae^{k(n-1)} - a$, где a и k – константы, значения которых следует подобрать методом проб и ошибок. Это делается довольно просто, если в один столбик электронной таблицы вводим значения n , в другой – эмпирические значения $N_n(u)$, а в третий – формулу теоретической экспоненты, ссылаясь вместо констант a и k на пустые ячейки. Теперь в эти ячейки можно ввести некоторые пробные значения констант, а затем одновременно построить графики эмпирической и теоретической экспоненты. Затем, изменяя значения a и k в ячейках, можно наблюдать, насколько хорошо теоретическая экспонента аппроксимирует эмпирическую.

В результате описанной процедуры была получена формула теоретической экспоненты $N_{\text{теор}}(n) = 7,07e^{1,1383(n-1)} - 7,07$. Теоретические значения $N_{\text{теор}}(n)$ соответственно равны 0; 14,99; 61,82; 207,96; 664,14; 2088,08. На рис. 4 видно, что эти данные хорошо согласуются с эмпирическими значениями $N_n(u)$.

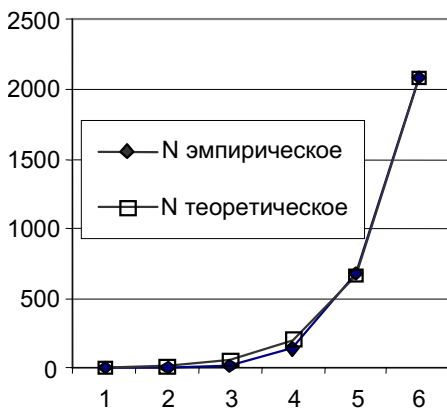


Рис. 4. Экспоненциальный характер изменения N в зависимости от n

Посмотрим, как преобразуется формула размерности D , если единицы измерения $u(n)$ и $N_n(u)$ изменяются экспоненциально в соответствии с указанными выше формулами:

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln N_n(u)}{\ln(1/u_n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ae^{k(n-1)} - a}{\frac{2^n}{b}}, \text{ где } a, b, k - \text{ константы. Поскольку}$$

и числитель, и знаменатель стремятся к бесконечности, используем правило Лопиталья и продифференцируем их:

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(ae^{k(n-1)} - a)'}{\left(\frac{2^n}{b}\right)'} = \frac{k}{\ln 2}.$$

и получим $D = \frac{1,1383}{\ln 2} \approx 1,64$.

Определение размерности динамического ряда методом накопленного отклонения

В ранних работах Мандельброт определял фракталы как объекты, размерность Хаусдорфа-Безиковича которых больше их топологической размерности. Однако впоследствии стало очевидно, что РХБ – лишь одна из целого семейства дробных размерностей. Это заставило Мандельброта отказаться от указанного определения, но «его продолжают цитировать, а оно продолжает сбивать всех с толку» [1, с. 73].

Выше мы получили некоторую дробную размерность временного ряда, являющуюся аналогом РХБ при допущении, что ряд имеет нечто, называемое размером. Однако этот размер довольно трудно интерпретировать содержательно, а кроме того предложенный выше способ определения размерности довольно трудоемок.

Существует более простой и осмысленный способ фрактального анализа динамических рядов – так называемый метод *накопленного отклонения*, или метод *нормированного размаха*. Он основан на интерпретации Мандельбротом работ английского

гидролога Гарольда Херста, исследовавшего закономерности изменения уровня воды в реке Нил. Согласно этому методу анализируются не суммы самих данных, составляющих динамический ряд, а размах суммы отклонений этих данных от среднего арифметического, нормированный путем деления на стандартное отклонение. Суммы отклонений подсчитываются для различных периодов времени или для различного количества последовательных моментов наблюдений, которые выступают в качестве масштаба измерения.

Пусть $X(t)$ – это функция, задающая последовательные значения анализируемого динамического ряда, где $1 < t < m$. Тогда накопленное отклонение от среднего для некоторого интервала будет определяться как $X \cdot (t) = \sum_{i=1}^t [X(i) - \bar{X}(m)]$, где $\bar{X}(m)$ – среднее арифметическое по ряду в целом. Нормированный размах на интервале определяется следующим образом:

$$\frac{R(t)}{S(t)} = \frac{\max[X \cdot (t)] - \min[X \cdot (t)]}{S(t)},$$

где $R(t)$ – разность максимального и минимального накопленного отклонения на данном интервале, а $S(t)$ – стандартное отклонение.

Согласно формуле Херста, $\frac{R(t)}{S(t)} = (at)^H$, где a и H – некоторые константы. Константа H может изменяться от 0 до 1 и называется *показателем Херста*. Он характеризует угол наклона графика линейной зависимости $\ln(R/S)$ от $\ln(t)$. В свое время Херст на основе большого эмпирического материала продемонстрировал, что вопреки предпосылкам многих теоретиков этот показатель для многих природных процессов может быть более 0,5 и обычно равен примерно 0,7. Поэтому при $H \approx 0,7$ формулу Херста называют эмпирическим законом Херста. Мандельброт доказал, что это свойство распространяется и на финансовые хроники, т.е. ряды, фиксирующие изменение цен.

Показатель Херста может быть основой для определения дробной размерности динамического ряда, вычисляемой как $D = 2 - H$. Показатель Херста имеет в применении к динамическим рядам содержательный смысл. Значения H и D характеризуют меру «изломанности» процесса. При $H < 0,5$ ($D > 1,5$) значения ряда резко изменяются, «процесс обладает долговременной знакочередующейся тенденцией и называется антиперсистентным» [5]. Когда H приближается к 0, график ряда как бы стремится заполнить собой плоскость, превратиться из линии в плоскую фигуру, что соответствовало бы $D = 2$. При $H = 0,5$ ($D = 1,5$) ряд обладает свойствами так называемого «белого шума», т.е. значения ряда абсолютно независимы и между ними нет каких-либо автокорреляций. При $0,5 < H < 1$ ($1 < D < 1,5$) в ряде имеются автокорреляции и накопление изменений приводит к появлению долговременной тенденции к возрастанию или убыванию. Процесс в этом случае называют персистентным. Эта тенденция может быть проявлением длинного непериодического цикла. Значения ряда при этом как бы выстраиваются вдоль линии, выражающей такую тенденцию, и в пределе, когда $H = 1$, совпадают с этой линией, размерность которой будет $D = 1$.

Применим метод накопленного отклонения к данным Чижевского. Для этого определим с помощью Microsoft Excel среднее арифметическое по ряду в целом, а затем введем в столбец, параллельный ряду данных, формулу для $R(t)/S(t)$. Проще всего это можно сделать, последовательно вводя в соседние столбцы формулы для отклонения, накопленного отклонения, максимального накопленного отклонения, минимального накопленного отклонения и т.д. Аргумент t при этом будет соответствовать порядковому номеру строки, начиная с первого значения анализируемого ряда. В табл. 1 показано, что мы в итоге получим для первых 10 значений ряда.

Таблица 1

ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМИРОВАННОГО РАЗМАХА В MICROSOFT EXCEL

t	События	Отклонения	Накопл. откл.	Макс. откл.	Мин. откл.	R	S	R/S	$\ln(t)$	$\ln(R/S)$
1	5	3,82	3,82	3,82	3,82	0,00	0,00	#####		
2	1	-0,18	3,63	3,82	3,63	0,18	2,00	0,09	0,69	-2,39
3	2	0,82	0,63	3,82	0,63	3,18	1,70	1,87	1,10	0,63
4	1	-0,18	0,63	3,82	0,63	3,18	1,64	1,94	1,39	0,66
5	1	-0,18	-0,37	3,82	-0,37	4,18	1,55	2,70	1,61	0,99
6	2	0,82	0,63	3,82	-0,37	4,18	1,41	2,96	1,79	1,08
7	2	0,82	1,63	3,82	-0,37	4,18	1,31	3,19	1,95	1,16
8	1	-0,18	0,63	3,82	-0,37	4,18	1,27	3,30	2,08	1,19
9	0	-1,18	-1,37	3,82	-1,37	5,18	1,33	3,89	2,20	1,36
10	0	-1,18	-2,37	3,82	-2,37	6,18	1,36	4,55	2,30	1,51
.
.
.

На рис. 5 показан график зависимости $\ln(R/S)$ от $\ln(t)$ для всех значений ряда. Автоматическая линейная аппроксимация с помощью Microsoft Excel дает нам формулу $\ln(R/S) = 0,3795 \cdot \ln(t) - 0,0878$. Если не учитывать первую точку, явно выпадающую из общей тенденции, формула имеет вид $\ln(R/S) = 0,3705 \cdot \ln(t) - 0,0281$. Отсюда следует, что $H \approx 0,37$ или $D \approx 1,63$.

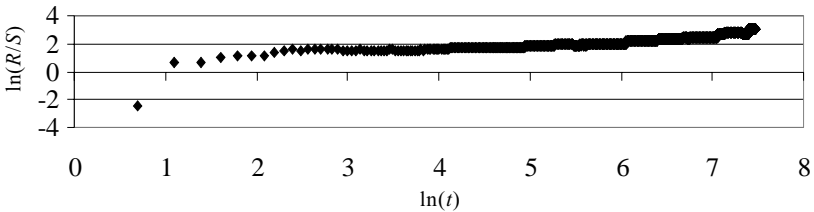


Рис. 5. Линейный характер зависимости $\ln(R/S)$ от $\ln(t)$

Итак, мы получили практически тот же результат, но гораздо более простым способом. Из этого, в частности, следует, что прежний метод также имеет смысл, хотя для анализа динамических рядов метод накопленного изменения более прост и надежен. Кстати, недавно был предложен еще один способ фрактального анализа рядов, основанный на подсчете индекса вариации $v \sim D - 1$. Этот метод по сути довольно близок к методу, основанному на показателе Херста, но его алгоритм имеет более быстрый выход на асимптотику и позволяет довольно точно рассчитывать дробную размерность, используя всего несколько десятков значений ряда [6].

Перспективы применения фрактального анализа в социологии

В настоящее время фрактальный анализ наиболее интенсивно развивается в рамках естественных наук. В общественных науках он применяется прежде всего в экономике, так как его

разработка изначально была связана с интересом Мандельброта к анализу и моделированию финансовых рядов. Социологам можно порекомендовать работы как самого Мандельброта, так и Э. Петерса, особенно «Фрактальный анализ финансовых рынков» [7], где подробно и доступно разбираются алгоритмы фрактального анализа, его применение в математическом моделировании экономических процессов и возможность проверки его статистической значимости.

Ссылки на фрактальный анализ исторических, демографических, политических и лингвистических данных можно найти в Интернете в статьях, размещенных на сайте Хаос.ru [18], а также в материалах Всероссийского постоянно действующего научного семинара «Самоорганизация устойчивых целостностей в природе и обществе» [8; 9; 10; 11], в третьем сборнике серии «Синергетическая парадигма» [12]. Однако в большинстве статей высказывания о фрактальности социальных систем и социальных процессов не сопровождаются каким-либо математическим анализом. К сожалению, очень часто фракталы определяются настолько широко, что это понятие охватывает все, что связано с воспроизводством или распознаванием каких-либо подобий, а также любые циклы и системы, состоящие из вложенных в них подсистем. При таком широком подходе фракталом просто по определению оказывается любой объект исследования – человек, общество, язык, культура, любой процесс – и тогда математический анализ становится бессмысленным.

Хотя фрактальный анализ постепенно приходит в социологию, опубликованных работ пока что очень мало, причем не только в России, но и в мире в целом. Если осуществить поиск по ключевому слову «fractal» в каталоге библиотеки Конгресса США, компьютер выдаст более 10000 наименований. А на запрос по ключевым словам «fractal + sociology/social», компьютер выдавал в апреле 2005 г. только 3 наименования: «Fractal Dreams: New Media in Social Context / Ed. by Jon Dovey», «Labour Debate: an Investigation

into the Theory and Reality of Capitalism Work / Ed. by A. Dinerstein, M. Neary» и статью Ф. Рянского «Фрактальная теория пространственно-временных размерностей: естественные предпосылки и общественные последствия». Последнюю работу можно найти в материалах уже упоминавшегося семинара «Самоорганизация устойчивых целостностей в природе и обществе» [13] и убедиться, что в ней в основном идет речь о геологических и географических, а не социологических данных.

Один из немногих отечественных социологов, использующих фрактальный анализ, – это А.А. Давыдов, утверждающий, что для «строения и динамики социума характерно... образование самоподобных структур (фракталов), в которых части подобны целому с фрактальной размерностью $D \sim 1,6$ » [14, с. 67–68]. У него это значение размерности получается как среднее от фрактальных размерностей нескольких временных рядов. В своей монографии [5] он приводит результаты этих измерений. В частности, им был осуществлен анализ данных социокультурной динамики, собранных П. Сорокиным, данных мониторинга опросов общественного мнения ВЦИОМ и опросов жителей Западной Европы, временных рядов данных социальной статистики различных стран. Анализ показал, что фрактальная размерность этих данных варьируется в очень широких пределах, так как различные процессы существенно отличаются по своей сложности. Кроме того, выяснилось, что многие временные ряды социологического характера являются *мультифракталами*, т.е. их размерность (и показатель Херста) не является постоянной, а изменяется во времени.

Можно предположить, что в ближайшем будущем фрактальный анализ будет использоваться при моделировании социальных процессов. В литературе упоминается возможность применения в социологии моделей детерминированного хаоса и странных аттракторов [15, с. 210–213, 251–259; 16, с. 148–157]. Как известно, аттрактор – это область притяжения процесса в пространстве его параметров, а аттракторы детерминированно-хаотических процессов

являются фракталами (странными аттракторами)¹. Поэтому фрактальный анализ должен рано или поздно стать неотъемлемой частью построения таких моделей.

Надежды на более широкое применение фрактального анализа в социологии можно связать с появлением специализированных свободно распространяемых компьютерных программ FRACTAN и FRACLAB [19; 20]. Но главное условие применения любого метода – понимание его теоретического значения и умение интерпретировать его результаты содержательно.

Теоретическое значение фрактального анализа можно связать с решением одного из важнейших вопросов в теоретической социологии – вопроса о соотношении социальных процессов на микроуровне и макроуровне. Возможны два радикальных ответа: первый заключается в том, что микроуровень и макроуровень социальной реальности никак между собой не связаны и подчиняются разным закономерностям; второй – в том, что социальные процессы едины на всех уровнях. Конечно, существует множество промежуточных вариантов. Для нас важно то, что фрактальный анализ дает возможность количественной проверки гипотез о взаимосвязи процессов на разных уровнях. Если социальная реальность на разных уровнях подчиняется одним и тем же закономерностям, скорее всего соответствующие данные будут обладать свойством масштабной инвариантности; если взаимосвязи нет, масштабная инвариантность не будет иметь места.

Это можно пояснить более конкретно, если обратиться к понятию «форма социального процесса», которое достаточно часто используется в литературе [15; 21]. Форму социального процесса можно понять как форму графика временного ряда, выражающего количественные аспекты социального процесса. Эта форма чаще всего мыслится историками и социологами таким образом,

¹ Одно из лучших популярных изложений теории детерминированного хаоса можно найти в книге Дж. Глейка [17].

что ее метрическая размерность предполагается равной 1, т.е. тенденции развития и циклы, а также их всевозможные комбинации интуитивно понимаются как нечто, что может быть изображено с помощью линии. Когда при анализе временных рядов руководствуются такой интуицией, связь между микропроцессами и макротенденциями в принципе не может быть выявлена, так как флуктуации на микроуровне с самого начала интерпретируются в качестве случайного шума, не имеющего отношения к макропроцессам. Если же на процесс посмотреть как на фрактал (подтвердив это анализом), может оказаться, что микрофлуктуации и макротенденции являются следствием одних и тех же причин.

Эти причины также могут быть лучше поняты благодаря фрактальному анализу, так как он позволяет различить типы фрактального шума и более успешно их моделировать. Скажем, антиперсистентные процессы, когда $H < 0,5$, подобны турбулентному движению, а персистентные процессы, когда $H > 0,5$, имеют форму аперiodических циклов. Кстати, именно фрактальный анализ позволяет довольно легко выявить аперiodические циклы, если они имеют место, и выяснить характер их связи на различных уровнях процесса. А это, в свою очередь, позволяет осуществлять более точные прогнозы.

Аналогично дело обстоит и со статическими данными. Описание различных аспектов социальной структуры обычно основаны на интуиции цельноразмерных пространств и множеств, но насколько оправдана эта интуиция? Может быть, она просто выражает нашу повседневную веру в геометрию Эвклида? Но сегодня доказано, что геометрия природы во многом фрактальна, а значит можно предположить аналогичные свойства у геометрии социальной реальности. Такое предположение значительно расширяет наши возможности в изучении социальной структуры и позволяет гораздо точнее ее моделировать.

С чисто технической точки зрения можно проверять гипотезы о масштабной инвариантности и измерять дробную размерность

не только динамических, но и статических данных. Например, можно показать, что фракталами с определенной размерностью являются многие таблицы сопряженности. Сейчас трудно сказать, какое содержание может скрываться за различными значениями фрактальной размерности таблиц сопряженности. Однако можно предположить, во-первых, что размерность таблиц может быть полезна для типологии данных. Во-вторых, должна существовать связь между формой процессов и формой той реальности, которая в ходе этих процессов образуется. Поэтому есть шанс установить связь между фрактальными размерностями динамических рядов и соответствующих таблиц сопряженности, а затем как-то использовать эту информацию для содержательного анализа. Поскольку социологам гораздо чаще приходится иметь дело не с динамическими, а со статическими данными, это направление фрактального анализа может оказаться довольно перспективным.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мандельброт Б.* Фракталы, случай и финансы. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004.
2. *Прасолов В.В.* Задачи по планиметрии. М.: МЦНМО, 2001. Гл. 29. §1: Аффинные преобразования // <http://www.mccme.ru/free-books>.
3. *Чижевский А.Л.* Космический пульс жизни: Земля в объятиях Солнца: Гелиотараксия. М.: Мысль, 1995.
4. *Сериков А.Е.* Фрактальный характер динамики массовых политических событий и беспорядков // Основные проблемы политического развития России и их отражение в процессе преподавания политологии в вузах: Материалы научно-практического семинара. Самара: Изд-во «Самарский университет», 2000.
5. *Давыдов А.А.* Системный подход в социологии: новые направления, теории и методы анализа социальных систем. М.: Эдиториал УРСС, 2005.
6. *Дубовиков М.М., Старченко Н.В.* Индекс вариации и его приложение к анализу фрактальных структур // Александр Гордон. Научный альманах. 2003. Январь.
7. *Петерс Э.* Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. М.: Интернет-трейдинг, 2004.

8. Порядок и хаос в развитии социально-экономических систем: Материалы 2 Всероссийского постоянно действующего научного семинара «Самоорганизация устойчивых целостностей в природе и обществе» // <http://www.lpur.tsu.ru/Public/art98>.

9. Принцип неопределенности и прогноз развития социально-экономических систем: Материалы 3 Всероссийского постоянно действующего научного семинара «Самоорганизация устойчивых целостностей в природе и обществе» // <http://www.lpur.tsu.ru/Public/art99>.

10. Самоорганизация и организация государственной власти: Материалы 4 Всероссийского постоянно действующего научного семинара «Самоорганизация устойчивых целостностей в природе и обществе» // <http://rusnauka.narod.ru/lib/sociolog/1>.

11. Фракталы и циклы развития систем: Материалы 5 Всероссийского постоянно действующего научного семинара «Самоорганизация устойчивых целостностей в природе и обществе» // <http://www.lpur.tsu.ru/Public/a0101/index2001.htm>.

12. Синергетическая парадигма: Человек и общество в условиях нестабильности. М.: Прогресс-Традиция, 2003.

13. *Рянский Ф.Н.* Фрактальная теория пространственно-временных размерностей: естественные предпосылки и общественные последствия // <http://www.lpur.tsu.ru/Public/a0101/a010801.shtm>.

14. *Давыдов А.А.* Модульная теория социума // Проблемы теоретической социологии: Сборник статей / Под ред. А.О. Боронаева. СПб.: Из-во С.-Петербургского университета, 1996. Вып. 2.

15. *Плотинский Ю.Н.* Модели социальных процессов: Учебное пособие для высших учебных заведений. М.: Логос, 2001.

16. *Вайдлих В.* Социодинамика: системный подход к математическому моделированию в социальных науках. М.: Эдиториал УРСС, 2004.

17. *Gleik J.* Chaos: Making a New Science. N.Y.: Penguin Books, 1987 (русский перевод: *Глейк Дж.* Хаос. Создание новой науки. СПб.: Амфора, 2001).

18. <http://www/хаос.ru>.

19. <http://www.softodrom.ru>.

20. <http://www.irceyn.ec-nantes.fr/hebergement/FracLab/FracLab.html>.

21. *Штопка П.* Социология социальных изменений. М.: Аспект Пресс, 1996.