Оценка устойчивости механизма взаимодействия между производителями на рынке объемной конкуренции

© 2011 М.И. Гераськин
доктор экономических наук, профессор
© 2011 Г.М. Гришанов
доктор технических наук, профессор
©2011 Д.Г. Гришанов
кандидат экономических наук, доцент
Самарский государственный аэрокосмический университет
им. академика С.П. Королева
©2011 Д.А. Щелоков
ФГУП ГНПРЦ “ЦСКБ-Прогресс”
E-mail: grishanov-sgau@mail.ru

В работе сформирована модель конкурентной среды в виде комплекса взаимосвязанных моделей, учитывающих конкурентный характер отношений между участниками рынка сбыта продукции.

Ключевые слова: конкуренция, олигополия, олигопсония, равновесие Нэша, рынок сбыта, конкурентные стратегии.

Значительная доля реальных рынков относится к олигополиям и олигопсониям. В этой связи рассмотрим олигопольный рынок однородного продукта (т.е. не различающегося по качеству). В такой ситуации любой отдельный потребитель не обладает рыночной властью, его доля в общем объеме продаж составляет доли процента, поэтому исследование математических моделей и оценка устойчивости взаимодействия между производителями однородного продукта для различных типов олигополии представляют большой интерес. При анализе экономических отношений между несколькими агентами-производителями в теории и практике используется принцип равновесия по Нэшу.

Рассмотрим модель задачи выбора конкурентных стратегий участниками сбытового рынка в условиях олигополии. Предположим, что на рынке сбыта продукции принимают участие $n \geq 2$ конкурирующих предприятий, выпускающих однородный продукт. Для формирования модели выбора решений по производству продукции каждым предприятием необходимо определить их целевые функции, ограничения на технологические, производственные, финансовые возможности, а также механизмы их взаимодействия на рынке сбыта продукции, т.е. сформировать модель их совместного поведения.

Стратегия каждого предприятия, как агента в сбытовой системе, определяется правилом индивидуального выбора, которое выделяет множество наиболее предпочтительных с точки зрения предприятия решений[1].

Пусть себестоимость продукта для i-го предприятия равна $c_i(x_i), i \in N = \{1,2,\ldots,n\}$. Если $Q(x) = (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$ - общее количество продукта на рынке сбыта (суммарный выпуск), то рыночная цена продукта, как обратная функция спроса на выпускаемый продукт, равна

$$p = D^{-1}(Q) = p(Q(x)), \tag{1}$$

где p - рыночная цена продукта;

$D^{-1}(Q)$ - обратная функция спроса на выпускаемый продукт.

Производственные мощности предприятий будем считать неограниченными, и они независимо друг от друга выбирают количество производимого ими продукта $x_i, i \in I$. Целевая функция i-го предприятия представляет собой прибыль, определяемую как разность между его доходом px_i и затратами $c_i(x_i)$. Цель каждого предприятия состоит в том, чтобы получить наибольшую прибыль от продажи продукции. С учетом введенных обозначений модель целевой функции i-го участника равна

$$\Pi\mathbf{p}_i(x) = p(Q(x))x_i - c_i(x_i), i \in I. \tag{2}$$

Данное уравнение позволяет определить величину прибыли при производстве i-м предприятием продукции в количестве $x_i, i \in I$.

Задача каждого предприятия состоит в определении неотрицательных объемов производства продукции $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$ из условия независимой максимизации прибыли. Формирование равновесного статического решения задачи сводится к вычислению частных производных функций прибыли (2) и затем к последующему решению этой системы относительно объемов выпуска продукции предприятием. Таким образом, ситуация равновесия по Нэшу x^0 находится из следующих условий существования максимума:

$$\left.\frac{\partial \Pi p_i(x_i, x_{-i})}{\partial x_i}\right|_{x_i = x_i^0} = \frac{\partial p}{\partial Q}\frac{\partial Q}{\partial x_i}x_i + p(Q(x)) - \frac{\partial c_i(x_i)}{\partial x_i} = 0, i \in N, \quad (3)$$

Из полученных уравнений (3) следует, что если первая частная производная целевой функции каждого предприятия в точке x_i^0 равна нулю, т.е. $\frac{\partial \Pi p_i(x_i^0)}{\partial x_i} = 0, i \in N$, то x_i^0 представляет собой локально оптимальное решение задачи для *i*-го предприятия. Совокупность таких решений образуют ситуацию равновесия Нэша $x^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ на сбытовом рынке.

Предположим, что коэффициенты влияния выпуска *i*-го предприятия на выпуск каждого конкурента равны нулю, т.е. $\frac{x_j}{x_i} = 0, j = 1, n$, тогда составляющая системы уравнений (3) $\frac{\partial p}{\partial Q}\frac{\partial Q}{\partial x_i}x_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \frac{\partial p}{\partial Q}\frac{\partial x_j}{\partial x_i}x_i = 0$. С учетом сделанного предположения система уравнений (3) примет вид

$$\frac{\partial p(\cdot)}{\partial x_i}x_i + p(\cdot) - \frac{\partial c_i(\cdot)}{\partial x_i} = 0, i \in N. \quad (4)$$

Из системы (4) получим уравнения для определения объема выпуска каждым предприятием

$$x_i^0(Q) = \begin{cases} \left|\dfrac{1}{\frac{\partial p(\cdot)}{\partial x_i}}\right|\left(p(\cdot) - \dfrac{\partial c_i(\cdot)}{\partial x_i}\right), & \text{если } p(Q) > \dfrac{\partial c_i(\cdot)}{\partial x_i}, \\ 0, & \text{если } p(Q) \le \dfrac{\partial c_i(\cdot)}{\partial x_i}, i \in N. \end{cases} \quad (5)$$

Система уравнений (5) позволяет сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 1. Пусть функция затрат выпукла для каждого производителя, а обратная функция спроса $D^{-1}(Q)$ является убывающей функцией по суммарному объему выпуска *Q*. Тогда для существования решения (5) и устойчивости конкурентной среды необходимо, чтобы для каждого участника рынка выполнялась следующая система неравенств:

$$\left\{p(\cdot) - \frac{\partial c_i(\cdot)}{\partial x_i} > 0\right\} \wedge \left\{\frac{\partial p(\cdot)}{\partial x_i} < 0\right\}, i \in N. \quad (6)$$

Экономический смысл полученной взаимосвязанной системы неравенств, обеспечивающей существование решения, состоит в том, что если разность между ценой и предельными затратами неотрицательна, а обратная функция спроса является невозрастающей функцией, то объем выпуска продукции каждым участником олигопольного рынка, определяемый в соответствии с уравнением (5), является неотрицательной величиной. Это означает, что каждый участник сохраняет свое присутствие на рынке в условиях конкурентного взаимодействия.

Определим суммарный равновесный объем выпуска продукции всеми предприятиями. Для этого просуммируем все компоненты системы (4) между собой, в результате получим:

$$Q^0 = \frac{1}{\frac{\partial p(\cdot)}{\partial x_i}}\left(np(\cdot) - \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial c_i(\cdot)}{\partial x_i}\right). \quad (7)$$

Из полученного уравнения следует важный вывод, что для неотрицательности суммарного объема выпуска в точке равновесия необходимо выполнение следующего неравенства: $p(Q) > \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial c_i(\cdot)}{\partial x_i}$. Экономический смысл этого неравенства состоит в том, что равновесная цена не должна быть меньше средних по предприятиям предельных затрат.

Учитывая, что равновесная цена продукции зависит от суммарного объема выпуска, подставим (7) в уравнение для обратной функции спроса (1) и получим следующее ее значение:

$$p^0(\cdot) = p^0(Q^0(x^0)). \quad (8)$$

Равновесной цене p^0, равновесному объему продаж x_i^0 соответствует равновесная прибыль, определяемая для каждого предприятия из уравнения:

$$\Pi p_i^0 = p^0(\cdot)x_i^0 - c_i(x_i^0).$$

Рассмотрим параметрическую задачу определения равновесного и устойчивого состояния на рынке сбыта продукции при параметрически заданной функции спроса и функции затрат. Предположим, что функция спроса и функции затрат представляют собой линейные функции соответствующих параметров. Пусть функции затрат и обратная функция спроса определяются следующими уравнениями:

$$c_i(x_i) = c_i x_i - c_{0i}, i = 1, n. \quad (9)$$

$$p(Q) = max\{p_0 - bQ; 0\}, \quad (10)$$

где c_i - предельные затраты на единицу продукции;

c_{0i} - постоянные затраты i-го производителя;

$p_0 > 0$ - начальная цена при отсутствии продукта;

$b = const > 0$ - коэффициент чувствительности цены продукта к изменению величины его предложения Q на рынке сбыта, характеризующей скорость убывания функции спроса.

С учетом (9) и (10) целевая функция i-го участника равна:

$$Пp_i(x) = (p_0 - bQ - c_i)x_i =$$

$$= \left(p_0 - b\sum_{j=1}^{n} x_j - c_i\right)x_i - c_{0i},\ i \in I. \quad (11)$$

Таким образом, равновесное по Нэшу состояние x^0 находится из следующих условий существования максимума:

$$\left.\frac{\partial \Pi p_i(x)}{\partial x_i}\right|_{x_i=x_i^0} = p_0 - c_i - b\sum_{j=1}^{n} x_j - b\frac{\partial Q_{-i}}{\partial x_i}x_i =$$

$$= p_0 - c_i - bQ_i - b\left(1 - \sum_{j=1}^{n}\alpha_{ji}\right)x_i^0 = 0, i \in N,$$

$$\left.\frac{\partial^2 \Pi p(x)}{\partial (x_i)^2}\right|_{x_i=x_i^0} = -2b < 0, i \in N,$$

или

$$\left.\frac{\partial \Pi p_i(x_i, x_{-i})}{\partial x_i}\right|_{x_i=x_i^3} = p_0 - c_i - bQ_{-i} -$$

$$- b\left(2 - \sum_{j=1}^{n}\alpha_{ji}\right)x_i^0 = 0, i \in N,$$

$$\left.\frac{\partial^2 \Pi p_i(x_i, x_{-i})}{\partial (x_i)^2}\right|_{x_i=x_i^0} = -2b < 0, i \in N, \quad (12)$$

где $\alpha_{ji} = \frac{\partial x_i}{\partial x_j} \le 0$ - коэффициент влияния (вытеснения) выпуска i-го предприятия на выпуск j-го конкурента;

$Q_{-i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j\ne i}}^{n} x_j$ - суммарный выпуск продукта конкурентами i-го производителя.

Из полученных условий (12) следует, что если первая частная производная целевой функции каждого предприятия в точке x_i^0 равна нулю, т.е. $\frac{\partial Пp_i(x_i^*)}{\partial x_i} = 0, i \in N$, а вторая производная $\frac{\partial^2 Пp_i(x_i^0)}{\partial x_i^2} < 0$ - отрицательно определенная величина, то x_i^0 представляет собой локально оптимальное решение задачи для i-го предприятия. Совокупность таких решений образуют ситуацию равновесия Нэша $x^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$ на сбытовом рынке.

Из системы (12) получим уравнения для определения объема выпуска каждым предприятием в зависимости от обстановки

$$x_i^0 = \frac{p - c_i}{b\left(2 + \sum_j \alpha_{ji}\right)} - \frac{1}{\left(2 + \sum_{j\ne i}\alpha_{ji}\right)}\sum_{\substack{j=1 \\ j\ne i}}^{n} x_j^0,\ i \in N. \quad (13)$$

Таким образом, решение задачи статистической оптимизации конкурентных стратегий по выбору объемов выпуска сводится к решению системы уравнений (13), которое и определяет точку равновесия Нэша[2].

Определим условия на параметры механизма конкурентного взаимодействия, реализация которых обеспечивает существование точки равновесия Нэша. Для этого просуммируем все компоненты системы (12) между собой при $\alpha_{ji} = 0$, $j,i=1,n$. В результате получим следующее равенство:

$$np_0 - nb\sum_{j=1}^{n} x_j^0 - b\sum_{j=1}^{n} x_j^0 - \sum_{i=1}^{n} c_i = 0. \quad (14)$$

Из данного уравнения находим следующую зависимость суммарного равновесного объема выпуска продукции всеми предприятиями от параметров механизма конкурентного взаимодействия:

$$Q^0 = \sum_{j=1}^{n} x_j^0 = \frac{1}{b(n+1)}\left(np_0 - \sum_{i=1}^{n} c_i\right). \quad (15)$$

Из полученной зависимости между суммарным объемом и параметрами механизма конкурентного взаимодействия можно сделать следующий вывод: для неотрицательного значения суммарного объема в точке равновесия необходимо, чтобы выполнялось следующее неравенство:

$$p_0 > \sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{n}.$$

Данное неравенство означает, что начальная цена обратной функции спроса не должна быть меньше среднего по всем предприятиям значения удельных затрат.

Подставляя уравнение для суммарного объема в (3), находим равновесные по Нэшу стратегии предприятий по выбору объемов производства

$$x_i^0 = \frac{1}{b}\left(p_0 - c_i - \frac{1}{n+1}\left(np_0 - \sum_{j=1}^{n} c_j\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{b}\left[\frac{1}{n+1}\left(p_0 + \sum_{j=1}^{n} c_j\right) - c_i\right],\ i \in N. \quad (16)$$

Приводим систему уравнений (16) к следующему виду:

$$x_i^0 = \frac{1}{b(n+1)}\left(p_0 + \sum_{j=1}^{n} c_j - (n+1)c_i\right) =$$

$$= \frac{1}{b(n+1)}\left(p_0 + c_i\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{c_j}{c_i} - n\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{b(n+1)}\left(p_0 + c_i(r_i - n)\right),\ i \in N, \quad (17)$$

где $r_i = \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\frac{c_j}{c_i} = \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} d_{ij}$ - конкурентоспособность по затратам i-го участника рынка сбыта относительно конкурентов, а отношение $\frac{c_j}{c_i} = d_{ij}$, которое характеризует конкурентное преимущество по затратам i-го участника относительно j-го, т.е. если $d_{ij} > 1$, то i-й участник имеет преимущество по затратам над j-м, если $d_{ij} < 1$, то j-й участник имеет преимущество по затратам над i-м.

Назовем величину $К\Pi_i = (p_0 + c_i(r_i - n))$ конкурентным потенциалом по цене i-го участника, а разность $c_i(r_i - n) = p_{oi}$ - конкурентным потенциалом по затратам i-го участника.

С учетом введенных обозначений неравенство (17) представим в виде

$$x_i(r_i) = \frac{1}{b(n+1)}\left(p_0 + c_i(r_i - n)\right) =$$

$$= \frac{1}{b(n+1)}\left(p_0 + p_{0i}\right),\ i \in N. \quad (18)$$

Полученное решение, как следует из (18), зависит от параметров механизма конкурентного взаимодействия - обратной функции b, p_0, количества участников n, предельных переменных затрат каждого участника c_i и уровня их конкурентного преимущества r_i, $i=1,n$.

Из системы уравнений (18) следует, что с ростом конкурентного преимущества по затратам i-го участника d_{ij} увеличиваются его конкурентоспособность, конкурентный потенциал по цене и, следовательно, объем выпускаемой продукции и доля занимаемого рынка сбыта в точке равновесия.

Из (16) следует, что равновесный объем продаж продукции для каждого конкурирующего предприятия существует и является рентабельным, если выполняется следующая система неравенств:

$$\frac{1}{n+1}\left(p_0 + \sum_{j=1}^{n} c_j\right) \geq c_i, \quad i \in N. \quad (19)$$

Из неравенства (19) следует, что при заданных значениях удельных затрат c_i, $i=1,n$ для каждого предприятия нижние границы начальной цены p_0, при которой выпуск продукции является рентабельным, определяются из условий:

$$p_{0i} \geq (n+1)c_i - \sum_{j=1}^{n} c_j = nc_i - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} c_j =$$

$$= c_i\left(n - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\frac{c_j}{c_i}\right) = c_i(n - r_i),\ \ i = 1, n. \quad (20)$$

Отметим, что величина p_{0i} характеризует уровень конкурентного потенциала i-го участника, зависящего от предельных затрат на выпуск продукции, его конкурентного преимущества по затратам и количества участников на рынке сбыта. Максимальная из этих начальных цен величина, определяемая из неравенства

$$p_0 \geq \max_i\{p_{0i},\ i = 1, n\} =$$

$$= \max_i\left\{(n+1)c_i - \sum_{j=1}^{n} c_j,\ \ i = 1, n\right\}, \quad (21)$$

обеспечивает существование точки равновесия Нэша и рентабельность выпуска продукции для всех конкурирующих на рынке сбыта предприятий.

Экономический смысл неравенства (19) заключается в том, что для устойчивости конкурентного рынка сбыта и, следовательно, существования точки равновесия необходимо и достаточно, чтобы соотношения между параметрами системы сбыта p_0, c_i, $i=1,n$ обеспечивали выполнение неравенства (21).

Равновесная цена продукции зависит от суммарного объема выпуска продукций всеми предприятиями и равна

$$p^0 = p_0 - bQ^0 = p_0 - \frac{1}{n+1}\left(np_0 - \sum_{j=1}^{n} c_j\right) = \frac{1}{n+1}\left(p_0 + \sum_{j=1}^{n} c_j\right). \quad (22)$$

Как следует из полученного уравнения, цена продукции определяется количеством участников рынка сбыта, начальной ценой (ценой при отсутствии предложения) и суммарными удельными затратами. Если это цена в соответствии с неравенством (10) больше удельных затрат, то выпуск продукции для каждого участника рынка сбыта является рентабельным, т.е. условие рентабельности продукции можно представить в виде

$$p^э \geq c_i, \quad i \in N, \quad (23)$$

где $p^э = \dfrac{p_0 + \sum_{j=1}^{n} c_j}{n+1}$ - равновесная цена.

Равновесной цене $p^э$, равновесному объему продаж $x_i^э$ соответствует равновесная прибыль, определяемая для каждого предприятия из уравнения

$$Пp_i = (p^э - c_i)x_i^э = \frac{(p^э - c_i)(p^э - c_i)}{b} = \frac{(p^э - c_i)^2}{b} = \frac{\left[p_0 + \sum_{j=1}^{n} c_j - (n+1)c_i\right]^2}{b(n+1)^2}, \quad i \in N. \quad (24)$$

Таким образом, каждому набору исходных данных ($p^э$, b, c_i, $i \in N$) соответствуют конкретные значения равновесного суммарного объема продаж $Q^э$, равновесного объема продаж каждым предприятием $x_i^э$, $i \in N$, равновесной прибыли $Пp_i$, определяемые из уравнений (6), (7), (10) и (12).

---

[1] Механизм выбора конкурентных стратегий. Условия равновесности и устойчивости рынка сбыта продукции: монография / Д.Г. Гришанов [и др.]. Самара, 2009.

[2] *Новиков Д.А.* Теория управления организационными системами. 2-е изд. М., 2007.

Поступила в редакцию 02.09.2011 г.