Оптимизация ресурсных потоков в системе материально-технического снабжения нефтегазодобывающих предприятий

© 2012 О.Г. Кантор
кандидат физико-математических наук, доцент
© 2012 И.Н. Гарифуллин
© 2012 С.М. Давлетшина
кандидат экономических наук, доцент
Уфимский государственный авиационный технический университет
E-mail: fomin@sseu.ru

Авторами разработана и предложена экономико-математическая модель, являющаяся синтезом задач размещения производства и многопродуктовых транспортных задач.

Ключевые слова: материально-техническое снабжение, коммерческо-производственная компания, линейное программирование, транспортная задача, многопродуктовые модели, центры обеспечения.

Предприятиям, работающим в труднодоступных районах на месторождениях нефти, особенно проблематично организовать движение ресурсных потоков. С целью совершенствования функционирования системы предприятий в нефтяной промышленности предлагается создание в отдельных регионах с помощью либо ассоциации нефтяных предприятий, либо государства (совместная организация наиболее привлекательна) коммерческо-производственной компании (КПК), владеющей рядом центров запасов материалов и средств производства. Основная цель функционирования КПК - максимальное удовлетворение потребностей предприятий при безусловной рентабельности собственных предприятий.

Проблема эффективности использования средств, направляемых на обеспечение функционирования подразделений крупной компании, является актуальной ввиду того, что от правильной ее реализации зависит быстрота решения текущих производственных задач и, как следствие, благосостояние самой компании. Как правило, на практике существует множество возможных вариантов для непосредственной реализации указанной проблемы: создание региональных, межрегиональных или точечных центров обеспечения средствами производства, материалами и сырьем; кооперация с другими компаниями и пр. Более того, ее непосредственная реализация должна осуществляться с учетом взаимосвязи с другими основными экономическими и техническими задачами, стоящими перед компанией, что делает ее нетривиальной и обусловливает необходимость глубокого и всестороннего анализа, а также применения специальных методов ее решения.

Сложность решения указанной проблемы зависит от многовариантности расположения центров обеспечения средствами производства, материалами и сырьем (далее “центры”). Расположение таких центров на значительном расстоянии от поставщиков влечет за собой рост издержек на приобретение необходимой продукции, а удаленность от непосредственных потребителей (предприятий) приведет к росту издержек при осуществлении транспортировок. Также необходимо заранее определять емкость таких центров (площадь построек, количество персонала и средств технического оснащения), которая, в свою очередь, зависит от потребностей предприятий. Как правило, места для расположения центров заранее известны, в то время как их емкость подлежит определению. Оптимальным, очевидно, будет такое решение, которое обоснует емкость планируемых к организации центров с позиций минимизации издержек на приобретение, доставку потребителям, строительство и эксплуатацию. Однако если стоимость строительства и эксплуатации одинаковых по емкости центров не разнится в зависимости от их местоположения, задачу можно решать без учета данных статей расходов.

Наиболее эффективным подходом к решению такого рода задач является применение экономико-математического моделирования, в рамках которого разработаны методики практического решения различных типов задач оптимального планирования. Сущность экономико-математического моделирования состоит в изучении объекта как сложной системы (статической или динамической), состоящей из множества функционирующих и взаимодействующих элементов. При этом очевидно, что изменения, происходящие с одним из элементов, влияют на эффективность системы в целом.

Большое значение для практики имеют модели линейного программирования, в которых все соотношения между анализируемыми величинами описываются линейными функциями. Среди линейных экономико-математических моделей особое место занимает модель транспортной задачи. Сущность транспортной задачи в классической постановке состоит в оптимальном (с позиций минимизации затрат) прикреплении поставщиков однородного продукта ко многим потребителям этого продукта. Для решения транспортной задачи разработаны развитая теория и модификации прямого и двойственного симплекс-метода (многопродуктовые задачи). Сама модель транспортной задачи линейного программирования может использоваться для планирования ряда операций, не связанных с перевозкой грузов. Так, с ее помощью решаются задачи по оптимизации размещения производства, топливно-энергетического баланса, планов загрузки оборудования и др. Однако, следует отметить, что для практики бо́льшее значение имеют так называемые многопродуктовые модели, в которых от поставщиков к потребителям перевозятся различные виды груза.

производства и материалами, необходимыми для работы группы M предприятий, входящих в одну компанию, при следующих допущениях:

- определены K возможных мест размещения таких центров;
- номенклатура средств производства и материалов насчитывает N ед.;
- известны затраты на приобретение и доставку каждой единицы номенклатуры в любой из предполагаемых центров c_j^p, $j=\overline{1,N}$, $p=\overline{1,K}$;
- известны потребности каждого предприятия во всех средствах производства и материалах b_{ij}, $i=\overline{1,M}$, $j=\overline{1,N}$;
- известна стоимость доставки каждой единицы номенклатуры из любого центра до всех предприятий a_{ij}^p, $i=\overline{1,M}$, $j=\overline{1,N}$, $p=\overline{1,K}$.

Требуется определить количество каждого вида ресурсов x_{ij}^p, $i=\overline{1,M}$, $j=\overline{1,N}$, $p=\overline{1,K}$, которое следует доставлять на предприятия из центров для обеспечения минимальных издержек, связанных с их приобретением и доставкой (см. рисунок). Каждая стрелка, соединяющая предприятия и предполагаемые центры, на рисунке обозначает количество груза по всей номенклатуре, подлежащего доставке из соответствующего центра данному предприятию.

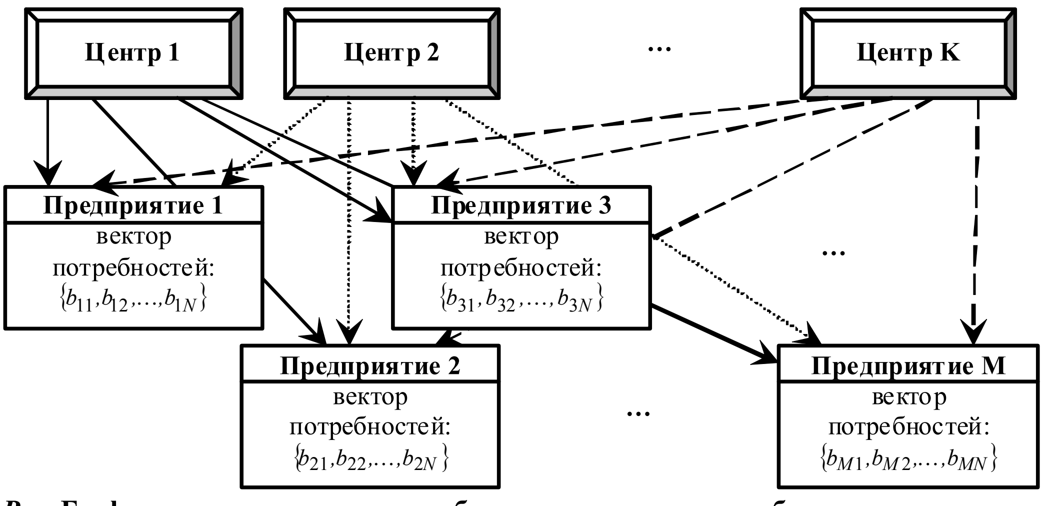

***Рис.* Графическое представление проблемы создания центров обеспечения ресурсами**

Для решения сформулированной выше проблемы в настоящей работе разработана и представлена математическая модель, являющаяся синтезом задач размещения производства и многопродуктовых транспортных задач.

Будем полагать, что рассматривается возможность создания центров обеспечения средствами

Величина $a_{ij}^p x_{ij}^p$ показывает, в какую сумму обойдется доставка j-го вида средств производства и материалов на i-е предприятие из p-го центра в количестве x_{ij}^p. Просуммировав эти величины по всем предприятиям, центрам и видам номенклатуры, получим общие затраты на доставку для обеспечения потребностей предприятий - $\sum_{p=1}^{K}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} a_{ij}^{p} x_{ij}^{P}$. Величина $\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}$ показывает, какое количество j -го вида средств производства и материалов должно находиться в p -м центре. Соответственно, выражение $\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}\right) c_{j}^{p}$ определяет затраты на приобретение и доставку j -го вида средств производства и материалов в p -й центр, а выражение $\sum_{p=1}^{K}\sum_{j=1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}\right) c_{j}^{p}$ - суммарные затраты на приобретение и доставку всей номенклатуры в центры.

В введенных обозначениях постановка задачи будет следующей:

$$\sum_{p=1}^{K}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} a_{ij}^{p} x_{ij}^{p} + \sum_{p=1}^{K}\sum_{j=1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}\right) c_{j}^{p} \to min \quad (1)$$

$$\sum_{p=1}^{K} x_{ij}^{p} = b_{ij}, \ i=\overline{1,M}, \ j=\overline{1,N}, \quad (2)$$

$$x_{ij}^{p} \ge 0, \ i=\overline{1,M}, \ j=\overline{1,N}, \ p=\overline{1,K}. \quad (3)$$

Данная модель относится к классу линейных, а учитывая неотрицательность коэффициентов a_{ij}^{p} и c_{j}^{p}, а также условия (2) и (3), можно утверждать, что решение любой задачи, описываемой моделью (1)-(3), существует. Действительно, множество допустимых решений представляет собой выпуклый многогранник, расположенный в первом координатном углу пространства переменных задачи и являющийся частью гиперплоскости порядка *NM(K*-1*)*, образованной пересечением непараллельных гиперплоскостей (2) в пространстве размерности *NMK*, из чего в свою очередь следует, что он невырожденный. Решение любой задачи линейного программирования находится в угловой точке многогранника решений (или в нескольких угловых точках), следовательно, для модели (1)-(3) решение всегда будет существовать. При необходимости в модель (1)-(3) может быть добавлено требование целочисленности переменных (всех или некоторых), что должно быть обусловлено смыслом конкретной практической задачи.

Число переменных модели (1)-(3) равно KMN. Нетрудно заметить, что уже при небольших значениях величин *K*, *M*, *N* число переменных велико. Этот факт обусловливает основную сложность данной модели. Однако, учитывая современный уровень развития вычислительной техники и программного обеспечения, численная реализация модели (1)-(3) для практических задач не представляет собой неразрешимую задачу. В случае небольших размерностей (до 100 переменных) для численной реализации модели (1)-(3) возможно использование таких программных продуктов, как MS Excel и Mat Card. Если же число переменных задачи существенно выше, следует воспользоваться специальными методами.

Декомпозиция модели (1)-(3) в случае большой размерности

Ранее было отмечено, что основная сложность модели (1)-(3) связана с большим количеством переменных. Однако специфика разработанной модели такова (и это является ее несомненным достоинством), что в случае большой размерности задачи к ней может быть применен подход, базирующийся на принципе декомпозиции. Согласно принципу декомпозиции основная задача должна разбиваться на ряд задач меньшей размерности, на основании решения которых будет определяться решение исходной задачи.

Модель (1)-(3) допускает множество вариантов декомпозиции исходной проблемы на непересекающиеся вспомогательные задачи. Объясняется это неотрицательностью коэффициентов целевой функции и возможностью разбиения множества ограничений (2)-(3) на непересекающиеся подмножества. Покажем это.

Пусть L такое, что $1 \le L < N$, $L \in Z$. Тогда $\forall L$ справедливо следующее преобразование целевой функции:

$$\sum_{p=1}^{K}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} a_{ij}^{p} x_{ij}^{p} + \sum_{p=1}^{K}\sum_{j=1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}\right) c_{j}^{p} =$$

$$= \sum_{p=1}^{K}\sum_{i=1}^{M}\left(\sum_{j=1}^{L} a_{ij}^{p} x_{ij}^{p} + \sum_{j=L+1}^{N} a_{ij}^{p} x_{ij}^{p}\right) + \sum_{p=1}^{K}\left(\sum_{j=1}^{L}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}\right) c_{j}^{p} + \sum_{j=L+1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}\right) c_{j}^{p}\right) = \quad (4)$$

$$= \left(\sum_{p=1}^{K}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{L} a_{ij}^{p} x_{ij}^{p} + \sum_{p=1}^{K}\sum_{j=1}^{L}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}\right) c_{j}^{p}\right) + \left(\sum_{p=1}^{K}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=L+1}^{N} a_{ij}^{p} x_{ij}^{p} + \sum_{p=1}^{K}\sum_{j=L+1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}\right) c_{j}^{p}\right)$$

Следовательно, исходную модель можно представить как объединение двух моделей. Первая имеет вид:

$$\sum_{p=1}^{K}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{L} a_{ij}^{p} x_{ij}^{p} + \sum_{p=1}^{K}\sum_{j=1}^{L}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}\right) c_{j}^{p} \to min, \quad (5)$$

$$\sum_{p=1}^{K} x_{ij}^{p} = b_{ij}, \quad i = \overline{1,M}, \quad j = \overline{1,L}, \qquad (6)$$

$$x_{ij}^{p} \geq 0, \quad i = \overline{1,M}, \quad j = \overline{1,L}, \quad p = \overline{1,K}. \qquad (7)$$

Вторая имеет вид:

$$\sum_{p=1}^{K}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=L+1}^{N} a_{ij}^{p} x_{ij}^{p} + \sum_{p=1}^{K}\sum_{j=L+1}^{N}\left(\sum_{i=1}^{M} x_{ij}^{p}\right) c_{j}^{p} \rightarrow min, \qquad (8)$$

$$\sum_{p=1}^{K} x_{ij}^{p} = b_{ij}, \quad i = \overline{1,M}, \quad j = \overline{L+1,N}, \qquad (9)$$

$$x_{ij}^{p} \geq 0, \quad i = \overline{1,M}, \quad j = \overline{L+1,N}, \quad p = \overline{1,K}. \qquad (10)$$

Множества переменных задач (5)-(7) и (8)-(10) являются непересекающимися, поэтому решение исходной задачи будет определяться следующим образом:

- оптимальный план задачи (1)-(3) (оптимальные значения переменных) является объединением оптимальных решений каждой из задач (5)-(7) и (8)-(10);
- оптимальное значение целевой функции задачи (1)-(3) является суммой оптимальных значений целевых функций задач (5)-(7) и (8)-(10).

Последнее следует из свойств линейных функций с неотрицательными коэффициентами, определенных на множестве неотрицательных чисел.

Очевидно, что аналогичную декомпозицию можно произвести, если $1 \leq L < M$. Таким образом, максимальное количество непересекающихся задач, которые можно получить из основной модели (1)-(3), прибегая к декомпозиции таким способом, равно MN. При этом размерность каждой из таких задач будет равна K.

Приведенные рассуждения доказывают, что при разумном количестве рассматриваемых к организации центров обеспечения ресурсами (до 100 ед.), численная реализация модели (1)-(3) может быть осуществлена с применением стандартных программных продуктов, таких как пакет “Поиск решения” в MS Excel, что не приведет к значительным тратам на программное обеспечение.

Данные результатов реализации поставленной задачи являются основой для принятия управленческих решений в отношении целесообразности организации каждого из центров в отдельности, а также их организационного статуса.

1. *Гольштейн Е.Г.* Теория двойственности в математическом программировании и ее приложения. М., 1971.

2. *Киселева Е.М.* Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств: теория, алгоритмы, приложения: монография / Е.М. Киселева, Н.З. Шор. Киев, 2005.

Поступила в редакцию 02.08.2012 г.