О ВЕРОЯТНОСТИ

Создание индуктивной логики сопутствовало изучению простейших форм движения материи – макротел, земных и небесных. Как правило, предполагалось, что причинные зависимости здесь – однозначные, а случайность можно игнорировать. Это значит, что при некоторых условиях данное явление всегда происходит.

Однако при изучении микромира, а также социальных закономерностей исследователи столкнулись с явлениями, которые при заданных условиях могут происходить, а могут и не происходить. Здесь необходимость пробивается через случайность, которой в принципе пренебрегать нельзя, а изучаемые связи характеризуются множественностью причин и следствий. Для их описания возникла необходимость перехода к новым, статистическим методам,

Выводы статистики не обладают безусловностью, вскрываемые закономерности проявляются не в каждом отдельном случае, а лишь в массе однотипных явлений. Статистические закономерности – это закономерности массовых явлений. Выражаются они с помощью специальных категорий статистической науки - таких как средние, меры вариации, показатели тесноты связи и т.д. В массовых явлениях взаимосвязи проявляются в виде тенденций, в виде изменения средних величин при взаимном погашении случайностей.

Противопоставление статистических закономерностей классическим носит условный характер. Так, справедливо заметил Н. Винер, в работах основателя классической физики И. Ньютона «содержалась важная статистическая оговорка»[2], недооцененная современниками и последователями великого ученого. На это же обстоятельство указывал еще М. Дробиш, отмечавший статистический характер даже законов Кеплера: они «...определяют только *средние* пути движения планет, от которых последние постоянно уклоняются то в одну, то в другую сторону»[3].

Логической основой статистических методов исследования является вероятность. Чтобы в самых общих чертах ознакомиться с этим фундаментальным понятием современной науки, обратимся к рассмотрению событий. Предположим, что имеется некоторый, вполне определенный комплекс условий. В этих условиях осуществляется серия испытаний, результаты которых суть некоторые события.

[248]

Если событие неизбежно происходит при данных условиях, оно называется *достоверным.* Например, при нормальном давлении – 760 мм ртутного столба - и температуре 100°С химически чистая вода (этот перечень – комплекс условий) всегда закипает (достоверное событие).

Существуют события, которые при заданных условиях могут произойти, а могут и не произойти. Такие события мы будем называть *случайными.*

Классические примеры случайных событий - выпадение герба при бросании монеты, извлечение туза из колоды карт, выпадение шестерки при бросании кости и т.д. Другие примеры – поступление выпускника средней школы в вуз, удовлетворенность работника, выбираемого наугад из некоторого коллектива, своей специальностью и т.п.

Если при данном комплексе условий некоторое событие заведомо не может произойти, оно называется *невозможным.* Например, затвердевание воды (событие) при реализации выше упомянутых условий. Разумеется, при других условиях это же событие перестает быть невозможным. Таким образом, определение события соотносится с некоторым комплексом условий.

---

[2] *Винер Н.* Кибернетика и общество. М., 1958, с. 24.

[3] *Дробиш М.* Нравственная статистика. СПб., 1867, с. 7.

Если данный комплекс условий реализуется многократно, то становится возможным не только констатировать случайность события А, но и количественно оценить возможность его появления,

Длительные опытные наблюдения над появлением случайного события (при неизменном комплексе условий) показывают, что для довольно широкого круга явлений число появлений события подчиняется устойчивым закономерностям.

Пусть n - общее число испытаний, а m - число тех из них, которые завершились появлением случайного события А. Если проводить большое число независимых испытаний в неизменных условиях, то, как показывает опыт, частость $v = \frac{m}{n}$ незначительно отклоняется от некоторого числа p, которое, по определению, называется вероятностью А. Чем больше проведено испытаний, тем ближе частость к вероятности.

Вероятность, таким образом, определяется как средняя частость при большом числе испытаний или точнее: $p = \lim_{n\to\infty}\frac{m}{n}$ Например, при бросании монеты Бюффон для n = 4040 получил частость выпадения герба v = 0,5080, Пирсон для n = 12000 v = 0,5016, а для n = 24000 v = 0,5005. В качестве v данном случае принимается 0,5. Любопытно, что впервые устойчивость частости была обнаружена при изучении демографических явлений на большой статистике.

Впоследствии было также установлено, что распределение по росту, ширине грудной клетки, длине ступни людей определенного пола, возраста и национальности подчиняется устойчивой закономерности. Любопытный пример приводит в своей книге «Опыт философии теории вероятностей» Лаплас. Изучая закономерности рождения мальчиков и девочек, он обнаружил, что для статистических материалов Лондона, Берлина, Петербурга, Франции (в целом) относительные частоты рождения мальчиков в течение десятилетий колеблются около: $\frac{22}{43} \approx 0.512$ Для самого Парижа, однако, получалась несколько меньшая цифра: $\frac{25}{49} \approx 0.510$. Лаплас заинтересовался этим различием (в две тысячных!) и обнаружил, что в общее число рождений во французской столице включаются подкидыши; выяснилось также, что окрестное сельское население

[249]

преимущественно подкидывает девочек, что и исказило картину. Исключив подкидышей, Лаплас и для Парижа получил 22/43. Очевидно, это число и есть вероятность рождения мальчика.

Из определения вероятности события А следует, что $0 \le P(A) \le 1$, причем 0 соответствует невозможному событию, 1 – достоверному.

Итак, согласно нашей схеме, в одних и тех же условиях можно провести неограниченное число испытаний, в каждом из которых событие А может появиться, а может и не появиться; в результате большого числа испытаний устанавливается, что частота появлений события А для каждой большой группы испытаний мало отличается от некоторой постоянной величины, значение этой постоянной, по определению, называется *статистической вероятностью.*

При статистическом определении для нахождения вероятности необходимо проведение большого числа испытаний (Бюффон, Пирсон, Лаплас). В ряде случаев оказывается возможным дать априорное определение вероятности события, т.е. без фактических испытаний.

Для введения классического определения вероятности необходимо познакомиться с некоторыми понятиями. События бывают составными (например, выпадение при бросании кости не менее 5 очков) и элементарными (выпадение 5 очков). Элементарные события нельзя разложить на более простые, а составные можно разложить на элементарные. В ранее рассмотренном примере («не менее 5 очков») событие разложимо на две элементарных: выпадение 5 очков, выпадение 6 очков. Кстати, оба этих элементарных события благоприятствуют нашему событию. Обратим внимание и на то, что в случае бросания кости все шесть элементарных событий (выпадение каждой из шести граней) равновозможны, если кость правильная, и, естественно, несовместны, т.е. никакие два из них не могут появиться при одном испытании.

По определению, *классической вероятностью* события А называется отношение числа равновозможных элементарных событий, благоприятствующих событию А, к общему числу равновозможных элементарных событий:

В нашем примере: $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

Пусть комплекс условий (испытание) состоит в подбрасывании двух идеальных костей. Какова вероятность того, что шестерка выпадает два раза (А)? Один раз (В)? Хотя бы один раз (С)?

Теперь имеется всего 36 элементарных равновозможных событий: каждая из граней одной кости выпадает с каждой гранью другой.

Событию А - «выпадает два раза» - благоприятствует только одно элементарное событие, следовательно, $P(A)=36$. Событию В благоприятствуют такие элементарные: на первой кости шестерка, а на другой не шестерка (их 5), на первой не шестерка, на второй - шестерка (их тоже 5), т.е. $P(B)=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$. Событию С благоприятствуют все те, которые благоприятствуют В плюс еще одно: шестерка на первой и на второй кисти. Теперь $P(C)=\frac{10+1}{36}=\frac{11}{36}$.

Отметим, что если есть два независимых события А и В (т.е. два таких события, что осуществление одного из них никак не сказывается на осуществлении другого), то вероятность совместного осуществления А и В равна *P* (А) • *P* (В), Так, в рассмотренном примере выпадение шестерки на одной кости никак не влияет на выпадение той или иной

[250]

грани на другой кости, а поскольку вероятность выпадения шестерки на одной кости равна $\frac{1}{6}$ то выпадение шестерки на двух костях одновременно равно $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$.

Как видим, этот результат совпадает с полученным ранее из других соображений.

Упражнение 98.

1. Подбрасываются две монеты. Найти вероятность выпадения герба хотя бы на одной из них. Ответ: $3/4$.

2. То же в случае трех монет. Ответ: $7/8$.

3. Подбрасываются 3 монеты. Какова вероятность выпадения герба на всех монетах. Ответ: $1/8$.

4. В партии из 100 ламп 6 бракованных. Какова вероятность, что из двух ламп, взятых на испытание, обе окажутся неисправными?

Указание: найти вероятность, что 1-я лампа бракованная; после проверки 1-й лампы остается 99 ламп - найти вероятность того, что 2-я лампа бракованная, воспользоваться формулой перемножения вероятностей независимых событий. Ответ: $\frac{6\times 5}{100\times 99}\approx 0.003$

Недостатком классического определения, очевидно, является дискретность пространства элементарных событий. Этот недостаток устраняется в так называемом геометрическом понятии вероятности. Пусть на плоскости имеется некоторая область *G*, внутри которой содержится область g. Комплекс условий заключается в бросании наудачу точки. Чему равна вероятность попадания точки в g?

Пространство элементарных событий теперь непрерывно, оно состоит из бесконечного числа точек. Совокупность точек области g образует множество элементарных событий, благоприятствующих обсуждаемому. Так как условие равновозможности сохраняется и здесь, то естественно определить вероятность события как отношение мер областей (в данном случае - площадей, но это может быть отношение длин отрезков, объемов и т.д.)

Пространство элементарных событий имеет нулевую вероятность (мера точки есть нуль). В то же время любое из элементарных событий является возможным. Таким образом, существуют события, осуществление которых на опыте возможно, хотя они имеют нулевую вероятность.

Как уже отмечалось, геометрическое определение, как и классическое, требует выполнения условия *равновозможности.* В этом его существенный недостаток. Этот недостаток преодолевается в так называемом аксиоматическом определении, изложение которого выходит из рамки данной книги[4].

Приложение 2.

СУММЫ И НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ НА СУММИРОВАНИЕ

О суммах. Для записи суммы ряда чисел используется греческая прописная буква $\sum$ (сигма), Например, $A_1+A_2+A_3+A_4$ записывается $\sum_{i=1}^{4} A_i$. Если у нас n слагаемых, то их записывают следующим

[251]

образом $A_1 + A_2 + ... A_n = \sum_{i=1}^{n} A_i$ и читают: «сумма A_i, где i изменяется дот 1 до n». Это обозначение существенно облегчает запись сумм.

Из определения $\sum$ следует, что

$$\sum_{i=1}^{n}(\alpha a_i + \beta b_i + \gamma) = \alpha \sum_{i=1}^{n} a_i + \beta \sum_{i=1}^{n} b_i + n\gamma$$

Действительно,

$$\sum_{i=1}^{n}(\alpha a_i + \beta b_i + \gamma) = (\alpha a_1 + \beta b_1 + \gamma) + (\alpha a_2 + \beta b_2 + \gamma) +$$

$$+ ... + (\alpha a_n + \beta b_n + \gamma) = \alpha(a_1 + a_2 + ... + a_n) +$$

$$+ \beta(b_1 + b_2 + ... + b_n) + n\gamma = \alpha \sum_{i=1}^{n} a_i + \beta \sum_{i=1}^{n} b_i + n\gamma$$

Отметим, что результат суммирования не зависит от того, как обозначен индекс суммирования:

$$\sum_{i=1}^{n} A_i = \sum_{i=1}^{n} A_S = A_1 + A_2 + ... + A_n$$

За знак суммы по i , например, можно выносить любое выражение, не содержащее i , даже если оно содержит другие индексы или суммы.

Например,

$$\sum_{i=1}^{n} A_i B_j = B_j \sum_{i=1}^{n} A_i$$

[4] Любознательного читателя мы отсылаем к книге: *Колмогоров А. Н.* Основные понятия теории вероятностей. М., 1974; См. также: *Пугачев* В. С. Теория вероятности и математическая статистика. М., 1979.

$$\sum_{i=1}^{n}\left(A_i\sum_{j=1}^{k}C_jB_j\right)=\left(\sum_{j=1}^{k}C_jB_j\right)\sum_{i=1}^{n}A_i$$

О суммировании степеней натуральных чисел.

Рассмотрим

$$S_n^{(k)}=1^k+2^k+...+n^k=\sum_{i=1}^{n}i^k$$

При $k=1$

$$S_n^{(1)}=1+2+...+n=\frac{1+n}{2}n$$

— обычная сумма членов арифметической прогрессии.

Особый интерес представляет для нас случай k=2:

$$S_n^{(2)}=1^2+2^2+...+n^2$$

Покажем как найти S_n^2

Рассмотрим

$$(n+1)^3-n^3=3n^2+3n+1$$

[252]

$$n^3-(n-1)^3=3(n-1)^2+3(n-1)+1$$

....

$$3^3-2^3=3\cdot 2^2+3\cdot 2+1$$

$$2^3-1^3=3\cdot 1^2+3\cdot 1+1$$

Просуммируем почленно все равенства:

$$(n+1)^3-1=3\cdot S_n^{(2)}+3\cdot S_n^{(1)}+n$$

Так как $S_n^{(1)}$ нам известно, то последнее уравнение содержит лишь одну неизвестную величину $S_n^{(2)}$. Решая его, получим после простых преобразований:

$$S_n^{(2)}=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Справедливость этого утверждения может быть показана и с помощью метода математической индукции.

Найдем $S_n^{(3)}$. Для этого можно использовать соотношение

$$(n+1)^4-1=4\cdot n^3+6\cdot n^2+4n+1,$$

в справедливости которого просто убедиться. Записывая его n раз, как это было выше сделано при нахождении $S_n^{(2)}$, получим после почленного суммирования

$$(n+1)^4-1=4\cdot S_n^{(3)}+6\cdot S_n^{(2)}+4S_n^{(1)}+n.$$

Отсюда

$$S_n^{(3)}=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2.$$

При рассмотрении коэффициента ранговой корреляции Спирмена необходимо знание суммы

$$\sum_{i=1}^{n}\left(i-\frac{n+1}{2}\right)^2=\sum_{i=1}^{n}i^2-(n-1)\sum_{i=1}^{n}i+\frac{n(n-1)^2}{4}=$$

$$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}-\frac{n(n+1)^2}{2}+\frac{n(n+1)^2}{4}=\frac{n^3-n}{12}.$$

а также суммы квадратов n нечетных чисел:

$\overline{S}_n^{(2)} = 1^2 + 3^2 + 5^2 + ... + (2n-1)^2$

Покажем, что $\overline{S}_1^{\,2} = \frac{n(4n^2-1}{3}$ с помощью метода математической индукции.

Для $n=1$ $\overline{S}_1^{\,2} = 1$ — по определению и $\frac{1 \cdot 3}{3} + 1$ – по формуле.

(Для $n = 2 : \overline{S}_2^{\,2} = 1 + 3 = 10$ - по определению и $\frac{2 \cdot 15}{3} = 10$ по формуле.

[253]

Пусть $\overline{S}_k^{\,2} = \frac{k(4k^2-1)}{3}$, покажем, что при этом $\overline{S}_{k+1}^{(2)} = \frac{(k+1)(4k^2+8k+3)}{3}$

$\overline{S}_{k+1}^{(2)} = \overline{S}_k^{(2)} + (2k+1)^2 = \frac{k(4k^2-1)}{3} +$

$+ (2k+1)^2 = \frac{(k+1)(4k^2+8k+3)}{3}.$

Упражнение 99. Найти сумму квадратов *n* четных чисел

$\overline{\overline{S}}_n^{(2)} = 2^2 + 4^2 + 6^2 + ... + (2n)^2$

Ответ: $\frac{2}{3}n(n+1)(2n+1)$

Упражнение 100. Показать, что $1^3 + 3^3 + ... + (2n+1)^3 = (n+1)^2(2n^2+4n+1)$

В некоторых случаях величины могут оказаться снабженными двумя индексами. Например, в корреляционной таблице 15 (§ 1 главы II) N_{ij} - число индивидов, у которых некоторый признак X принимает значение x_i а другой признак Y значение y_i. Очевидно, $\sum_{i=1}^{k} N_{ij}$, где k - число значений признака X, дает сумму элементов j-ого столбца таблицы, т.е. число индивидов, у которых $Y=y_i$ (независимо от того, каково значение признака X).

Аналогично $\sum_{j=1}^{l} N_{ij}$, где l - число значений признака Y, дает сумму элементов i-ой строки матрицы, т.е. число индивидов, у которых $X=x_i$ (независимо от того, каково значение признака Y).

Суммируя по обоим индексам, мы, очевидно, получим общее число наблюдений (количество индивидов обследуемой общности), т.е.

$$N = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} N_{ij}$$

Приложение 3.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Приведенные ниже таблицы частично заимствованы из других изданий, частично рассчитаны на «Электронике БЗ - 21» по составленным авторами программам. При подборе таблиц мы руководствовались, во-первых, соображениями удобства (приводимые в некоторых изданиях таблицы требуют иногда пересчета при пользовании[5] - здесь этот недостаток устранен); во-вторых, соображениями соответствия таблиц рас-

[254]

[5] См., например: Статистические методы анализа информации в социологических исследованиях, М., 1979, табл. А на с. 299.

пространенным в социологических исследованиях формам представления и количественным характеристикам информации (например, таблица χ^2 часто приводится в статистической литературе[6] лишь для числа степеней свободы, не превышающих 30, в то время как в социологических исследованиях нередки таблицы 7 × 10, 10 × 10 и т.д. с 50 - 80 и даже большим числом степеней свободы). Приведенные ниже таблицы составлены, как правило, для числа степеней свободы или объема выборки от 1 до 1000 и для уровней значимости 5%, 1% и 0,1%. Думается, что такая стандартизация облегчит пользование таблицами.

Исходя из высказанных в гл. V соображений о большей опасности ошибок I рода, чем II рода, *все таблицы приводятся для двустороннего критерия* (что уменьшает вероятность ошибок I рода и увеличивает вероятность ошибок II рода). Из этих же соображений рекомендуем читателю в случае, если в таблице не приведено критическое значение для полученной им статистической характеристики, брать с некоторым запасом ближайшее большее критическое значение (или же прибегнуть к интерполяции).

Отметим также, что при работе над таблицами были обнаружены опечатки в некоторых изданиях[7].

Таблица А

Нормальное распределение[8]

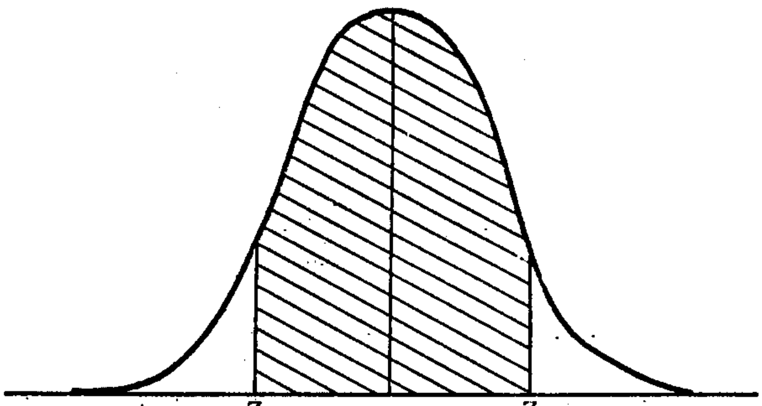


Рис. 31. Доли площади (P) под нормальной кривой в пределах от $-z_{кр}$ до $+z_{кр}$

zкр	*P*	zкр	*P*	zкр	*P*	zкр	*P*
0,01	0,00000	02	01596	04	03191	06	04784
01	00798	03	02393	05	03988	07	05581

[255]

Продолжение табл. А

zкр	P	zкр	P	zкр	P	zкр	P
08	06376	57	43132	06	71086	1,55	0,87886
09	07171	58	43809	07	71538	56	88124
0,10	0,07966	59	44481	08	71986	57	88358
11	08759	0,60	0,45149	09	72429	58	88589
12	09552	61	45814	3,10	0,72867	59	88817
13	10348	62	46474	11	73300	1,60	0,89040

[6] Там же, табл. Б на с. 300, 301.

[7] Статистические методы..., с. 300, последняя строка: вместо 7,251 должно быть 6,25l, а вместо 6,815 должно быть 7,815; *Венецкий И. Г., Венецкая В. И.* Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе. М., 1979, с. 413, последняя строка: вместо 1,77 должно быть 2,77.

[8] *Венецкий И. Г., Венецкая В. И.* Основные математико-статистические понятия..., с, 402 - 404.

14	11134	63	47131	12	73729	61	89260
15	11924	64	47783	13	74152	62	89477
16	12712	65	48431	14	74571	63	89690
17	13499	66	49075	15	74986	64	89899
18	14285	67	49714	16	75395	65	90106
19	15069	68	50350	17	75800	66	90309
0,20	0,15852	69	50981	18	76200	67	90508
21	16633	0,70	0,51607	19	76595	68	90704
22	17413	71	52230	3,20	0,76986	69	90897
23	18191	72	52848	21	77372	1,70	0,91087
24	18967	73	53461	22	77754	71	91273
25	19741	74	54070	23	78130	72	91457
26	20514	75	54675	24	78502	73	91637
27	21284	76	55275	25	78870	74	9144
28	22052	77	55870	26	79233	75	91588
29	22818	78	56461	27	79592	76	92159
0,30	0,23582	79	57047	28	79945	77	92327
31	24344	0,80	0,57629	29	80295	78	92492
32	25103	81	58206	3,30	0,80640	79	92655
33	25860	82	58778	31	80980	1,80	0,92814
34	26614	83	59346	32	81316	81	92970
35	27366	84	59909	33	81648	82	93124
36	28115	85	60468	34	81975	83	93275
37	28862	86	61021	35	82298	84	93423
38	29605	87	61570	36	82617	'85	93569
39	30346	88	62114	37	82931	86	93711
0,40	0,31084	89	62653	38	83241	87	93852
41	31819	0,90	0,63188	39	83547	88	93989
42	32552	91	63718	3,40	0,83849	89	44 124
43	33280	92	64243	41	84146	1,90	0,94257
44	34006	93	64763	42	84439	91	94387
45	34729	94	65278	43	84728	92	94514
46	35448	95	65789	44	85013	93	94639
47	36164	96	66294	45	85294	94	94762
48	36877	97	66795	46	85571	95	94882
49	37587	98	67291	47	85844	96	95000
0,50	0,38292	99	67783	48	86113	97	95116
51	38995	1,00	0,68269	49	86378	98	95230
52	39694	01	68750	3,505	0,86639	99	95341
53	40389	02	69227	51	86696	2,00	0,95450
54	41080	03	69699	52	87149	01	95557
55	41768	04	70166	53	87398	02	95662
56	42452	05	70628	54	87644	03	95764

[256]

Продолжение табл. А.

zкр	P	zкр	P	zкр	P	zкр	P
04	95865	53	98859	02	99747	51	99955
05	95964	54	98891	03	99755	52	99957
06	96060	55	98923	04	99763	53	99958
07	96155	56	98953	05	999771	54	99960

08	96247	57	98983	06	99779	55	99961
09	96338	58	99012	07	99786	56	99963
2,10	0,96427	59	99040	08	99793	57	99964
11	96514	2,60	0,99068	09	99800	58	99966
12	96599	61	99095	3,10	0,99806	59	99967
13	96683	62	99121	11	99813	3,60	0,99968
14	96765	63	99146	12	99819	61	99969
15	96844	64	99171	13	99825	62	99971
16	96923	65	99195	14	99831	63	99972
17	96999	66	99219	15	99837	64	99973
18	97074	67	99241	16	99842	3,65	0,99974
19	97148	68	99263	17	99848	66	99975
2,20	0,97219	69	99285	18	99853	67	99976
21	97289	2,70	0,99307	19	99858	68	99977
22	97358	71	99327	3,20	0,99863	69	99978
23	97425	72	99347	21	99867	3,70	0,99978
24	97491	73	99367	22	99872	71	99979
25	0,97555	74	99386	23	99876	72	99980
26	97618	75	99404	24	99880	73	99981
27	97679	76	99422	25	99855	74	99982
28	97739	77	99439	26	99889	75	99982
29	97789	78	99456	27	99892	76	99983
2,30	0,97855	79	99473	28	99896	77	99984
31	97911	2,80	0,99489	29	99900	78	99984
32	97966	81	99505	3,30	0,99903	79	99985
33	98019	82	99520	31	99907	3,80	0,99986
34	98072	83	99535	32	99910	81	99986
35	98123	84	99549	33	99913	82	99987
36	98172	85	99563	34	99916	83	9987
37	98221	86	99576	35	99919	84	99988
38	98269	87	99590	36	99922	85	99988
39	98315	88	99602	37	99925	86	99989
2,40	0,98360	89	99615	38	99928	87	99989
41	98405	2,90	0,99627	39	99930	88	99990
42	98448	91	99639	3,40	0,99933	89	99990
43	98490	92	99650	41	99935	3,90	0,99990
44	98531	93	99661	42	99937	91	99991
45	98571	94	99672	43	99940	92	99991
46	98611	2,95	0,99682	44	99942	93	99992
47	98649	96	99692	45	99944	94	99992
48	98686	97	99702	46	99946	95	99992
49	98723	98	99712	47	99948	96	99992
2,50	0,98758	99	99721	48	99950	97	99993
51	98793	3,00	0,99730	49	99952	98	99993
52	98826	01	99739	3,50	0,99953	99	99993

[257]

Таблица Б.

Значение χ^2_o в зависимости от числа степеней свободы (f) и уровня значимости[9]

f	Уровень значимости. %			f	Уровень значимости, %			f	Уровень значимости, %		
	5	1	0,1		5	1	0,1		5	1	0,1
1	3,84	6,63	10,83	16	26,30	32,00	39,25	40	55,76	63,69	73,40
2	5,99	9,21	13,81	17	27,59	33,41	40,79	50	67,50	76,15	86,66
3	7,81	11,34	16,27	18	28,87	34,80	42,31	60	79,08	8838	99,61
4	9,49	13,28	18,46	19	30,14	36,19	43,82	70	90,53	100,42	112,33
5	11,07	15,09	20,52	20	31,41	37,57	45,31	80	101,88	112,33	124,84
6	12,59	16,81	22,46	21	32,67	38,93	46,80	90	113,15	124,12	137,21
7	14,07	18,47	24,32	22	33,92	40,29	48,27	100	124,34	135,81	149,45
8	15,51	20,09	26,12	23	35,17	41,63	49,73	200	233,99	249,44	267,50
9	16,92	21,67	27,88	24	36,41	42,98	51,18	300	341,40	359,91	—
10	18,31	23,21	29,59	25	37,65	44.31	52,62	400	447,63	468,72	—
11	19,67	24,72	31,26	26	38,88	45,64	54,05	500	553,13	576,49	—
12	21,03	26,22	32,91	27	40,11	46,96	55,48	600	658,09	683,52	—
13	22,37	27,69	34,53	28	41,34	48,28	56,89	700	762,66	789,97	—
14	23,68	29,14	36,12	29	42,56	49,59	58,30	800	866,91	895,98	—
15	25,00	30,58	37,70	30	43,77	50,89	59,70	1000	1074,68	1106,97	—

[258]

Таблица В.

Критические значения коэффициента ранговой корреляции ρ

Объем выборки	Уровень значимости, %			Объем выборки	Уровень значимости, %		
	5	1	0,1		5	1	0,1
6	0,829	1,000	_	25	0,398	0,510	0,618
7	0,745	0,893	1,000	30	0,362	0,466	0,570
8	0,691	0,857	0,952	35	0,333	0,429	0,534
9	0,683	0,817	0,917	40	0,311	0,402	0,501
10	0,636	0,782	0,891	45	0,294	0,380	0,475
11	0,618	0,754	0,867	50	0,279	0,361	0,450
12	0,580	0,727	0,823	60	0,254	0,330	0,415
13	0,555	0,698	0,801	70	0,235	0,306	0,385
14	0,534	0,675	0,793	80	0,220	0,286	0,361
15	0,518	0,654	0,760	90	0,207	0,270	0,341
16	0,500	0,632	0,741	100	0,196	0,257	0,324
17	0,485	0,615	0,734	150	0,160	0,209	0,265
18	0,472	0,598	0,709	200	0,139	0,182	0,231
19	0,458	0,583	0,694	500	0,087	0,115	0,148
20	0,445	0,568	0,679	1000	0,062	0,081	0,104

Критические значения при n < 12 рассчитаны нами по таблице точного распределения S *(Кендел М.* Ранговые корреляции. М., 1975, с. 188, 189). Значения при $12<n<30$ при уровне значимости 5% и 1% заимствованы из книги: *Закс Л.* Статистическое оценивание. М., 1976, с. 369, остальные значения рассчитаны по формуле, полученной из (V,8,4).

[9] Часть таблицы заимствована из кн.: *Закс Л.* Статистическое оценивание. М., 1976, с. 132—134, часть — из кн. *Оуэн Д. Б.* Сборник статистических таблиц. М., 1966, с. 49—55.

Таблица Г.

Значимость τ при n ≤ 10

Вероятность того, что *S* для τ достигнет или превзойдет заданное значение (показаны только положительные величины; отрицательные определяются по симметрии)[10]

S	Значения *n*				S	Значения *n*		
	4	5	8	9		6	7	10
0	0,625	0,592	0,548	0,540	1	0,500	0,500	0,500
2	0,375	0,408	0,452	0,460	3	0,360	0,386	0,431
4	0,167	0,242	0,360	0,381	5	0,235	0,281	0,364
6	0,042	0,117	0,274	0,306	7	0,136	0,191	0,300
8		0,042	0,199	0,238	9	0,068	0,119	0,242
10		0,008	0,138	0,179	11	0,028	0,068	0,190
12			0,089	0,130	13	$0{,}0^{2}83$	0,035	0,146
14			0,054	0,090	15	$0{,}0^{2}14$	0,015	0,108
16			0,031	0,060	17		$0{,}0^{2}54$	0,078
18			0,016	0,038	19		$0{,}0^{2}14$	0,054

[259]

Продолжение табл. Г.

S	Значения п				S	Значения п		
	4	5	8	9		6	7	10
20			0,027	0,022	21		0,0320	0,036
22			0,022	0,012	23			0,023
24			0,038	0,026	25			0,014
26			0,031	0,022	27			0,0283
28			0,042	0,021	29			0,0246
30				0,034	31			0,0223
32				0,031	33			0,0211
34				0,042	35			0,0347
36				0,052	37			0,0318
					39			0,0258
					41			0,0215
					43			0,0528
					45			0,0628

Примечание. Повторяющиеся нули заменены степенями: например, $0{,}0^{2}47$ означает 0,00047.

Таблица Д .

Критические значения коэффициента Кэндела τ при отсутствии объединенных рангов[11]

Объем выборки	Уровень значимости, %			Объем выборки	Уровень значимости, %		
	5	1	0,1		5	1	0,1
5	1,000	—	—	15	0,387	0,506	0,643
6	0,867	1,000		16	0,371	0,486	0,617
7	0,714	0,810	1,000	17	0,357	0,468	0,595

[10] *Кендэл М.* Ранговые корреляции. М., 1975.

[11] Критические значения для *n* ≤ 12 рассчитаны нами по таблице точного распределения τ *(Оуэн* Д. *Б.* Сборник статистических таблиц. М., 1966, с. 396—399). Остальные значения рассчитаны по формуле, полученной из (V,8,5).

8	0,643	0,786	0,929	18	0,345	0,452	0,574
9	0,556	0,667	0,833	19	0,333	0,437	0,556
10	0,511	0,644	0,778	20	0,323	0,424	0,539
11	0,491	0,600	0,745	25	0,283	0,372	0,473
12	0,455	0,585	0,697	30	0,255	0,335	0,426
13	0,425	0,554	0,697	35	0,234	0,307	0,391
14	0,404	0,529	0,671	40	0,217	0,285	0,363

[260]

Продолжение табл. Д

Объем выборки	Уровень значимости, %			Объем выборки	Уровень значимости, %		
	5	1	0,1		5	1	0,1
45	0,203	0,267	0,341	100	0,133	0,175	0,223
50	0,192	0,253	0,322	150	0,108	0,142	0,181
60	0,174	0,229	0,292	200	0,093	0,123	0,156
70	0,160	0,211	0,269	500	0,059	0,077	0,098
80	0,150	0,197	0,251	1000	0,041	0,054	0,056
90	0,141	0,185	0,236				

Поскольку при n>12 использовалось не точное распределение τ, а приближенное (см. глава IV), для n=13 мы получили значение 0,704, большее, чем для n=12. Поэтому в таблице проставлено то же значение, что и для n=12, т.е. 0,697.

Таблица Е.

Критические значения коэффициента корреляции *r*[12].

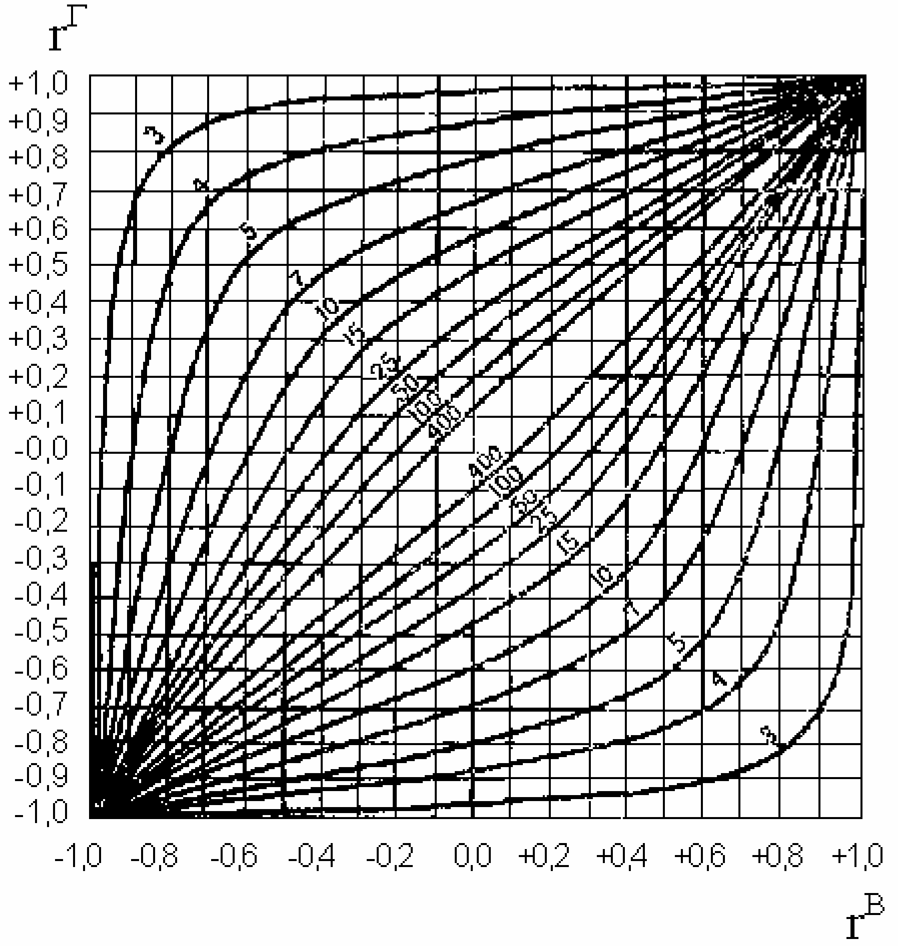
Объем выборки	Критические значения для			Объем выборки	Критические значения для уровня		
	5%	1%	0.1%		5%	1%	0,1%
3	0,99692	0,99988	_ _	20	0,4438	0,5614	0,6787
4	0,95000	0,99000	0,99900	21	0,4329	0,5487	0,6652
5	0,8783	0,95873	0,991 16	22	0,4227	0,5368	0,6524
6	0,8114	0,91720	0,97406	27	0,3809	0,4869	0,5974
7	0,7545	0,8745	0,95074	32	0,3494	0,4487	0,5541
8	0,7067	0,8343	0,92493	37	0,3246	0,4182	0,5189
9	0,6664	0,7977	0,8982	42	0,3044	0,3932	0,4896
10	0,6319	0,7646	0,8721	47	0,2875	0,3721	0,4648
11	0,6021	0,7348	0,8471	52	0,2732	0,3541	0,4433
12	0,5760	0,7079	0,8233	62	0,2500	0,3248	0,4078
13	0.5529	0,6835	0,8010	72	0,2319	0,3017	0,3799
14	0,5324	0,6614	0,7800	82	0,2172	0,2830	0,3568
15	0,5139	0,6411	0,7603	92	0,2050	0,2673	0,3375
16	0,4973	0,6226	0,7420	102	0,1946	0,2540	0,3211
17	0,4821	0,6055	0,7246	202	0,1381	0,1809	0,2299
18	0,4683	0,5897	0,7084	502	0,0875	0,1149	0,1464
19	0,4555	0,5751	0,6932	1002	0,0619	0,0813	0,1035

[261]

[12] *Джонсон Н., Лион Ф.* Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. М., 1980, с. 560. Мы несколько дополнили заимствованную из этой книги таблицу.

Таблица Ж.

Номограмма[13] для определения доверительного интервала генерального коэффициента корреляции $r^Г$ по значению выборочного коэффициента корреляции $r^В$



Пояснение к номограмме. Отложив значение $r^В$ на оси абсцисс, проводим перпендикуляр к ней до пересечения с двумя линиями, соответствующими объему выборки *n*; ордината первого пересечения даст нижнее значение, а ордината второго пересечения — верхнее значение доверительного интервала $r^Г$. Например, $r^В$=0,2 для *n*=50 даст примерно следующий доверительный интервал для $r^Г$: -0,10; 0,45.

[262]

Таблица З.

Номограммы[14] для определения доверительного интервала доли в генеральной совокупности ($\nu^Г$) по доле в выборке ($\nu^В$).

Пояснение к номограммам (см. с. 264)

Пользоваться номограммами аналогично предыдущему случаю.

Пример: пусть $\nu^В$ = 0,45, тогда доверительный интервал для n = 250

при Р = 0,95 равен приблизительно 0,38; 0,52, а при *P* = 0,99 0,36; 0,55.

Таблица И.

---

[13] *Джонсон, Н., Лион Ф.* Статистика и планирование эксперимента..., с. 559.

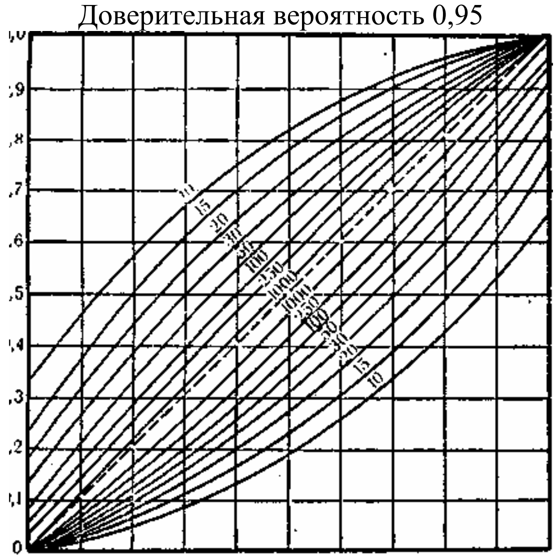
[14] Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента..., с. 537, 538.

Критические значения критерия *t* Стьюдента в зависимости от числа степеней свободы (*f*) и уровня значимости[15]

df	Уровни значимости, %			df	Уровни значимости, %		
	5	1	0,1		5	1	0,1
1	12,71	63,60		21	2,08	2,83	3,82
2	4,30	9,93	31,60	22	2,07	2,82	3,79
3	3,18	5,84	12,94	23	2,07	2,81	3,77
4	2,78	4,60	8,61	24	2,06	2,80	3,75
5	2,57	4,03	6,86	25	2,06	2,79	3,73
6	2,45	3,71	5,96	26	2,06	2,78	3,71
7	2,37	3,50	5,41	27	2,05	2,77	3,69
8	2,31	3,36	5,04	28	2,05	2,76	3,67
9	2,26	3,25	4,78	29	2,04	2,76	3,66
10	2,23	3,17	4,59	30	2,04	2,75	3,65
11	2,20	3,11	4,44	40	2,02	2,70	3,55
12	2.18	3,06	4,32	50	2,01	2,68	3,50
13	2,16	3,01	4,22	60	2,00	2,66	3,46
14	2,15	2,98	4,14	80	1,99	2,64	3,42
15	2,13	2.95	4,07	100	1,98	2,63	3,39
16	2,12	2,92	4,02	120	1,98	2,62	3,37
17	2,11	2,90	3,97	200	1,97	2,60	3,34
18	2,10	2,88	3,92	500	1,96	2,59	3,31
19	2,09	2,86	3,88	∞	1,96	2,58	3.29
20	2,09	2,85	3,85				

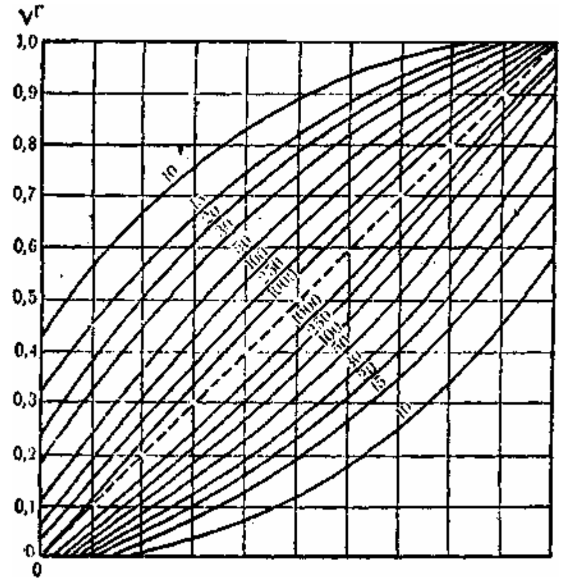
[263]

Доверительная вероятность 0,95



Доверительная вероятность 0,99

[15] Францевич Л. И. Обработка результатов биологических экспериментов на микро-ЭВМ «Электроника БЗ-21». Киев, 1979, с. 86.



[264]

Таблица К.

Преобразование Фишера $z = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r}{1-r}$ [16]

r	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0100	0,0200	0,0300	0,0400	0,0500	0,0601	0,0701	0,0802	0,0902
0,1	0,1003	0,1104	0,1206	0,1307	0,1409	0,1511	0,1614	0,1717	0,1820	0,1923
0,2	0,2027	0,2132	0,2237	0,2342	0,2448	0,2554	0,2661	0,2769	0,2877	0,2985
0,3	0,3095	0,3205	0,3316	0,3428	0,3541	0,3654	0,3769	0,3884	0,4001	0,4118
0,4	0,4236	0,4356	0,4477	0,4599	0,4722	0,4847	0,4973	0,5101	0,5230	0,5361
0,5	0,5493	0,5627	0,5763	0,590!	0,6042	0,6184	0,6328	0,6475	0,6625	0,6777
0,6	0,6931	0,7089	0,7250	0,7414	0,7582	0,7753	0,7928	0,8107	0,8291	0,8480
0,7	0,8673	0,8872	0,9076	0,9287	0,9505	0,9730	0,9962	1,0203	1,0454	1,0714
0,8	1,0986	1,1270	1,1568	1,1881	1,2212	1,2562	1,2933	1,3331	1,3758	1,4219
0,9	1,4722	1,5275	1,5890	1,6584	1,7380	1,8318	1,9459	2,0923	2,2976	2,6466
0,99	2,6466	2,6996	2,7587	2,8257	2,9031	2,9945	3,1063	3,2504	3,4534	3,8002

Слева в таблице размещены десятые, а сверху - сотые доли коэффициента корреляции. Например, для r = 0,42 ищем z на пересечении строки 0,4 и столбца 2. Получим 0,4477. Для обратного преобразования z в r находим внутри таблицы ближайшее к z число и по строке и столбцу определяем r. Например, для z = 0,76 ближайшее число 0,7582. Оно стоит в строке 0,6 и столбце 4, следовательно, r = 0,64.

[265]

Таблица Л.

Значение F (критерий Фишера) при вероятностях:
0,95 (верхняя строка) и 0,99 (нижняя строка)[17]

[16] *Венецкий И. Г., Венецкая И. В.* Основные математико-статистические понятия и формулы в экономическом анализе, с. 423.

[17] Фрагмент таблицы из книги: *Оуэн Д.Б.* Сборник статистических таблиц. М., 1966

f_2	Число степеней свободы для большей дисперсии f_1											
	1	3	5	7	9	11	14	20	30	60	120	∞
1	161	216	230	237	241	243	245	248	250	252	253	254
	4052	5403	5764	5923	6022	6032	6142	6208	6258	6313	6339	6366
3	10,1	9,28	9,01	8,88	8,81	8,76	8,71	8,66	8,62	8,57	8,55	8,53
	34,1	29,4	28,2	27,6	27,3	27,1	26,9	26,6	26,5	26,3	26,2	26,1
5	6,61	5,41	5,05	4,88	4,78	4,70	4,64	4,56	4,50	4,43	4,40	4,37
	16,2	12,0	10,9	10,4	10,1	9,96	9,77	9,55	9,38	9,20	9,11	9,02
7	5,59	4,35	3,97	3,79	3,63	3,60	3,52	3,44	3,38	3,30	3,27	3,23
	12,2	8,43	7,46	7,00	6,71	6,54	6,35	6,15	5,98	5,82	5,74	5,65
9	5,12	3,86	3,48	3,29	3,18	3,10	3,02	2,93	2,86	2,79	2,75	2,71
	10,5	6,99	6,06	5,62	5,35	5,13	5,00	4,80	4,64	4,48	4,40	4,31
11	4,84	3,59	3,20	3,01	2,90	2,82	2,74	2,65	2,57	2,49	2,45	2,40
	9,85	6,22	5,32	4,88	4,63	4,46	4,29	4,10	3,94	3,78	3,69	3,60
13	4,67	3,41	3,02	2,84	2,72	2,63	2,55	2,46	2,38	2,30	2,25	2,21
	9,07	5,74	4,86	4,44	4,19	4,02	3,85	3,67	3,51	3,34	3,25	3,17
15	4,54	3,29	2,90	2,70	2,59	2,51	2,43	2,33	2,25	2,16	2,11	2,10
	8,68	5,42	4,56	4,14	3,89	3,73	3,56	3,36	3.20	3,05	2,96	2,87
17	4,45	3,20	2,81	2,62	2,50	2,41	233	2,23	2,15	2,06	2,01	1,96
	8,40	5,18	4,34	3,93	3,68	3,52	3,35	3,16	3,00	2,83	2,75	2,65
19	4,38	3,13	2,74	2,55	2,43	2,34	2,26	2,15	2,07	1,98	1,93	1,88
	8,18	5,01	4,17	3,77	3,52	3,36	3,19	3,00	2,84	2,67	2,58	2,49
21	4,32	3,07	2,63	2,49	2,37	2 28	2,20	2,09	2,00	1,92	1,87	1,81
	8,02	4,87	4,04	3,65	3,40	3,24	3,07	2,88	2,72	2,55	2,46	2,36
23	4,28	3,03	2,64	2,45	2,32	2,24	2,14	2,04	1,96	1,86	1,81	1,76
	7,88	4,76	3,94	3,54	3,30	3,14	2,97	2,78	2,62	2,45	2,35	2,26
25	4,24	2,99	2,60	2,41	2,28	2,20	2,11	2,00	1,92	1,82	1,77	1,71
	7,77	4,68	3,86	3,46	3,21	3,03	2,89	2,70	2,54	2,36	2,27	2,17
27	4,21	2,06	2,57	2,37	2,25	2,16	2,08	1,97	1,88	1,78	1,73	1,67
	7,68	4,60	3,79	3,39	3,14	2,93	2,83	2,63	2,45	2,29	2,20	2,10
29	4,18	2,93	2,54	2,35	2,22	2,14	2.05	1,94	1,85	1,75	1,70	1,64
	7,60	4,54	3,73	3,33	3,08	2,92	2,77	2,57	2,41	2,23	2,14	2,03
30	4,17	2,92	2,53	2,33	2,21	2,13	2,04	1,93	1,84	1,74	1,68	1,62
	7,56	4,51	3,70	3,30	3,07	290	2,74	2,55	2,34	2,21	211	2,01
40	4,08	2,84	2,45	2,25	2,12	2,04	1,95	1,84	1,74	1,64	1,58	1,51
	7,31	4,31	3,51	3,12	2,89	2,73	2,56	2,37	2,20	2,02	1,98	1,80
60	4,00	2,76	2,37	2,17	2,04	1,95	1,86	1,75	1,65	1,53	1,48	1,39
	7,03	4,13	3,34	2,95	2,72	2,56	2,39	2,20	2,03	1,84	1,73	1,60
80	3,96	2,72	2,33	2,13	2,00	1,91	1,82	1,70	1,60	1,48	1,41	1,32
	6,96	4,04	3,26	2,87	2,64	2,48	2,31	2,12	1,94	1,75	1,63	1,49
120	3,92	2,68	2,29	2,09	1,96	1,87	1,77	1,66	1,55	1,43	1,35	1,25
	6,85	3,95	3,17	2,79	2,56	2,40	2,23	2,03	1,86	1,66	1,53	1,38
∞	3,84	2,60	2,21	2,01	1,88	1,79	1,69	1,57	1,46	1,32	1,22	1,00
	6,63	3,78	3,04	2,64	2,41	2,25	2,08	1,88	1,67	1,47	1,32	1,00

[266-267]

Таблица М.

Случайные числа[18]

[18] Фрагмент таблицы из кн.: Статистические методы анализа информации в социологических исследованиях, с. 305—308.

63606	49329	16505	34484	40219	52563	43651	77082	07207	31790
61196	90446	26457	47774	51924	33729	65394	59593	42582	60527
15474	45266	95270	79953	59367	83848	82396	10118	33211	59466
94557	28573	67897	54387	54622	44431	91190	42592	92927	45973
42481	16213	97344	03721	16863	48767	03071	12059	25701	46670
23523	78317	73208	89837	63935	91416	26252	29663	05522	82562
04493	52494	75246	33824	45862	51025	61962	79335	65337	12472
00549	97654	64051	88159	96119	63896	54692	82391	23287	29529
35963	15307	26398	09354	33351	35462	77974	50024	90103	39333
59808	08391	45427	26842	83609	49700	13021	24892	78565	20106
46058	85236	01390	92286	77281	44077	93910	83647	70617	42941
32179	00597	87379	25241	05567	07007	86743	17157	85394	11833
69234	61406	20117	45204	15956	60000	18743	92423	97118	96333
19565	41430	01758	75379	40419	21585	66674	36806	84962	85207
45155	14938	19476	07246	43667	94543	59047	90033	20826	69541
94864	31994	36168	10851	34888	81553	01540	35456	05014	51176
98086	24826	45240	28404	44999	08896	39094	73407	35441	31880
33185	16232	41941	50949	89435	43531	88695	41994	37548	73043
80951	00406	96382	70774	20151	23337	25016	25298	94624	61171
79752	49140	71961	28296	69861	02591	74852	20539	00387	59579
18633	32537	98145	06571	31010	24674	05455	61427	77938	91936
74029	43902	77557	32270	9779O	17119	52527	58021	80814	51748
54178	45611	80993	37143	05335	12969	56127	19255	36040	90324
11664	49883	52079	84827	59381	71539	09973	33440	88461	23356
48324	77928	31249	64710	02295	36870	32307	57546	15020	09994
69074	94138	87637	91976	35584	04401	10518	21615	01848	76938
09188	20097	32825	39527	04220	86304	83389	87374	64278	58CM
90045	85497	51981	50654	94938	81997	91870	76150	68476	64659
73189	50207	47677	26269	62290	64464	27124	67018	41361	82760
75768	76490	20971	87749	90429	12272	95375	05871	93823	43178
54016	44056	66281	31003	00632	27398	20714	53295	07706	17813
08353	69910	78542	42785	13661	53873	04618	97553	31223	08420
28306	03264	81333	10591	40510	07893	32604	60475	94119	01»40
53840	86233	81594	13628	51215	90290	28466	68795	77762	20791
91757	53741	61613	62269	50263	90212	55781	76514	83483	47055
89415	92694	00397	58391	12607	17646	48949	72306	94541	37408
77513	03820	86864	29901	68414	82774	51908	13980	72893	55507
19502	37174	69979	20288	55210	29773	74287	75251	65344	67215
21818	59313	93278	81757	05686	73156	07082	85046	31853	38452
51474	66499	68107	23621	94049	91345	42836	09191	08007	45449
99559	68331	62535	24170	69777	12830	74819	78142	43860	72834
33713	48007	93584	72869	51926	64721	58303	29822	93174	93942
85274	86893	11303	22970	28834	34137	73515	90400	71148	43643
84133	89640	44035	52165	73852	70091	61222	60561	62327	18423
56732	16234	17395	96131	10123	91622	85496	57560	81604	18880
65138	56806	87648	85261	34313	65361	45375	21069	85644	47277
38001	02176	81719	11711	71602	92937	74219	64049	65584	49698
37402	96397	01304	77586	56271	10086	47324	62605	40030	37438
97125	40348	87083	31417	21815	39250	75237	62047	15501	29578

[268]

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

N - объем генеральной совокупности
n - объем выборочной совокупности
X, Y .. - признаки (переменные)
x_i - i-е значение признака
N или N (x_i) - число индивидов, у которых признак X принимает значение x_i
$N(y_j)$ - число индивидов, у которых признак Y принимает
значение y_i
N_{ij} - число индивидов, у которых признак X принимает значение x_i, а признак Y значение y_i (эмпирическая частота)
N_{ij}^0 - теоретическая частота
ν_i - частость (доля)
x_i' - левая граница 1-го интервала
x_i'' - правая граница ('-го интервала
I_i - ширина 1-го интервала
F_i - кумулятивная частота
f_i - кумулятивная частость
ρ_i -плотность
M или $\overline{x}$ - среднее арифметическое
$M^Г$ - генеральное среднее
$M^В$ - выборочное среднее
Me - медиана
Mo - мода
G_N - среднее геометрическое
S_N - среднее квадратическое
H_N - среднее гармоническое
R - вариационный размах
D или σ^2 — дисперсия
σ - среднее квадратическое отклонение
C_υ - коэффициент вариации
s^2 - выборочная дисперсия (оценка σ^2)
α_k - нормированная мера вариации качественных признаков
Q_i – i-й квартиль $(\ i = \overline{1,3}\ )$

[269]

ΔQ — квартильное отклонение
D_i — i-й дециль $(\ i = \overline{1,9}\ )$
ΔD — децильное отклонение
χ^2 — критерий хи-квадрат Пирсона
f — число степеней свободы
φ^2 — средняя квадратичная сопряженность
C — коэффициент средней квадратической сопряженности
T — коэффициент Чупрова
T_c — коэффициент Крамера
Q - коэффициент ассоциации Юла для таблиц 2×2
Φ - коэффициент контингенции для таблиц 2×2
ρ- коэффициент ранговой корреляции Спирмена
τ - коэффициент ранговой корреляции Кендэла

r — коэффициент парной корреляции Пирсона — Браве
E — энтропия
ε — энтропийная мера дисперсии
$E_{y/x}$ — полная условная неопределенность Y — распределения
λ— энтропийная мера связи
g, γ — коэффициенты Гудмана
δ — коэффициент близости разбиений
Δ — модульный коэффициент связи
d — коэффициент Сомерса
y_i — условное среднее
η — корреляционное отношение
$r_{\rho b}$ — ранговый бисериальный коэффициент корреляции
r_{rb} — точечный бисериальный коэффициент корреляции
z — критические значения нормального распределения
t— критические значения распределения Стьюдента
F — критические значения распределения Фишера
z — значения функции преобразования Фишера
$r_{01.2}$ — коэффициент частной корреляции
$R_{0.123}$ — коэффициент множественной корреляции
H_0 — нулевая гипотеза
H_1 — альтернативная гипотеза
q — уровень значимости
p — доверительная вероятность
[270]