Формирование сбалансированных моделей финансовых потоков страховых выплат при реализации космической программы

© 2011 С.А. Кирилина, Т.А. Мжельская
E-mail: grishanov-sgau@mail.ru

В статье рассмотрены различные процедуры формирования сбалансированного страхового портфеля, используемые в страховании космических программ, проведен их сравнительный анализ и выделены особенности каждой.

Ключевые слова: космические программы, страхование, сбалансированный страховой портфель.

Рассматривается платежный поток страховых премий по космической программе $V_1, V_2, ..., V_n$, в моменты времени $t_1, t_2, ..., t_n$, выплачиваемый страхователем в виде компенсации за страховые выплаты в ходе реализации космической программы. Формирование сбалансированного страхового портфеля между платежными потоками премий и выплат в случае наступления страховых случаев реализуется путем распределения во времени страховых премий V, определяемых из равенства приведенной стоимости потока платежей страховых премий V_0 и суммы выплат в случае наступления страховых случаев по всем видам космического страхования S_0, т.е $V_0 = S_0$, или:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{V_{t_i}}{\left(1 + r_{t_i}(t)\right)^{t_i}} = \sum_{i=1}^{m} S_i,$$

где $V_0 = \sum_{i=1}^{n} \frac{V_i}{\left(1 + r_i(t)\right)^{t_i}}$ - приведенная стоимость потока платежей страховых премий;

$S_0 = \sum_{i=1}^{m} S_i$ - сумма платежей выплат в случае наступления страховых случаев по всем видам космического страхования m;

V_i - отдельные выплаты страховых премий в периоды времени $t_1, t_2, ..., t_n$;

S_i - величина возможной выплаты по отдельному виду космического страхования m в случае наступления страхового случая;

$r_{t_i}(t)$ - ставка дисконтирования в периоды времени $t_1, t_2, ..., t_n$.

Ставка дисконтирования $r_{t_i}(t)$ принята с учетом инфляции в ее прогнозном изменении в ходе реализации космической программы.

В статье рассмотрены различные процедуры формирования сбалансированного страхового портфеля, используемые в страховании космических программ, проведен их сравнительный анализ и выделены особенности каждой. Для этого сформированы балансовые модели финансовых потоков и на данной основе сформулирована задача принятия решений по выбору параметров страхового контракта. Пусть страховые премии осуществляются через *n* равные промежутки времени и равными по величине суммами $V - const$, тогда сумма отдельного платежа составит величину

$$V = \frac{S_0}{n}.$$

График поступления страховых взносов $V - const$ представлен на рис. 1.

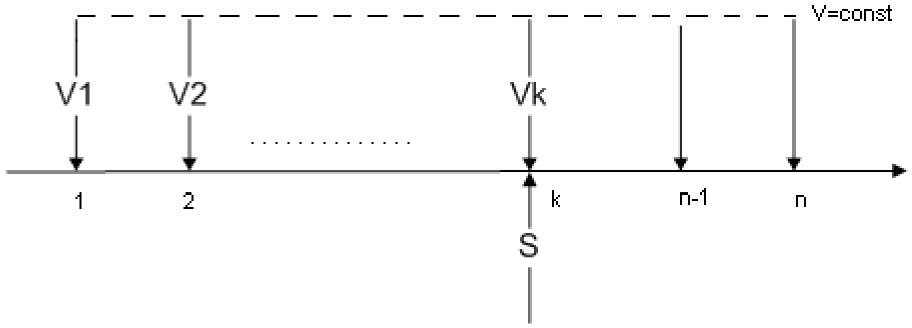

Рис. 1. График поступления страховых взносов V-const

С учетом реинвестирования потока платежей под ставку $r_{t_i}(t)$ накопленная сумма фонда R_i в период времени t_i составит величину, равную

$$R_i = V s_{n,r}, \qquad (1)$$

где $s_{n,r} = \dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$ - коэффициент наращения постоянного финансового потока, характеризующий прирост одной денежной единицы, через *n* периодов наращения.

На практике часто поток платежей страховых премий представляет собой переменную ренту, а это означает, что сумма и периодичность платежей характеризуются заданным функциональным законом изменения[1].

В работе принято, что поток платежей изменяется по линейному закону.

Пусть выплаты в течение *n* периодов изменяются каждый период на постоянную величину *a* (рис. 2). Тогда эти выплаты могут быть представлены в виде ряда

R, R+a, R+2a, ..., R+(n-1)a,

где *R* - выплата в конце первого периода;
a - постоянное приращение выплат;
n - срок ренты.

Сумма в последнем выражении является суммой арифметико-геометрической прогрессии, которая вычисляется по формуле

$$A = 1/(1+i)\{(R - [R+(n-1)a]\, 1/(1+i)^{\uparrow} n)/(1 - 1/(1+i)) + (a\, 1/(1+i)(1 - 1/(1+i)^{\uparrow}(n-1)))/(1 - 1/(1+i))^{\uparrow}2\} =$$

$$\frac{R - \dfrac{R}{(1+i)^n}}{i} - \frac{\dfrac{na}{(1+i)^n}}{i} + \frac{\dfrac{a}{(1+i)^n}}{i} + \frac{a\left(1 - \dfrac{1}{(1+i)^{n-1}}\right)}{i^2} =$$

$$R\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + \frac{a}{i}\left[(1+i)^{-n} + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right] - \frac{na}{i(1+i)^n}.$$

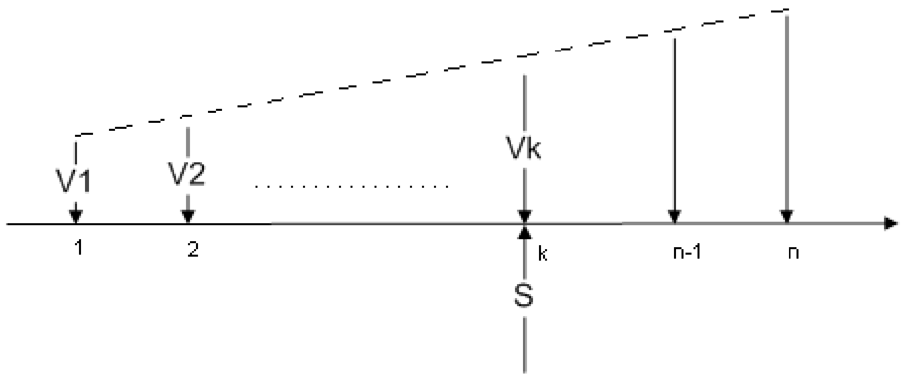

Рис. 2. **График выплат в течение *n* периодов, изменяющихся каждый период на постоянную величину *a***

Современная стоимость такой ренты определяется суммой

$$A = R\frac{1}{1+i} + \frac{(R+a)1}{(1+i)^2} + \frac{(R+2a)1}{(1+i)^3} + \ldots + [R+(n-1)a]\frac{1}{(1+i)^n};$$

$$A = \frac{1}{1+i}\sum_{i=0}^{n-1}(R+ta)\left(\frac{1}{1+i}\right)^t.$$

С учетом (1) современная стоимость ренты определяется суммой

$$A = \left(R + \frac{a}{i}\right)a_{n;i} - \frac{na}{i(1+i)^n}. \qquad (2)$$

Современная стоимость ренты и ее наращенная сумма связаны соотношением[2]

$$S = A\,(1+i)^n. \qquad (3)$$

Подставив в формулу (3) выражение для современной стоимости (2), получим:

$$S = s_{n;i} - \frac{na}{i}.$$

Пусть выплаты изменяются по закону геометрической прогрессии (рис. 3).

$$R,\ Rq,\ Rq^2,\ \dots,\ Rq^{n-1},$$

где R - выплата в конце периода;

q - знаменатель прогрессии;

n - срок ренты.

Распределение денежных потоков страховых взносов призвано снизить нагрузку со страхователя, а различные методы формирования таких потоков позволяют более гибко формировать устойчивый портфель премий и выплат в случае наступления страхового случая.

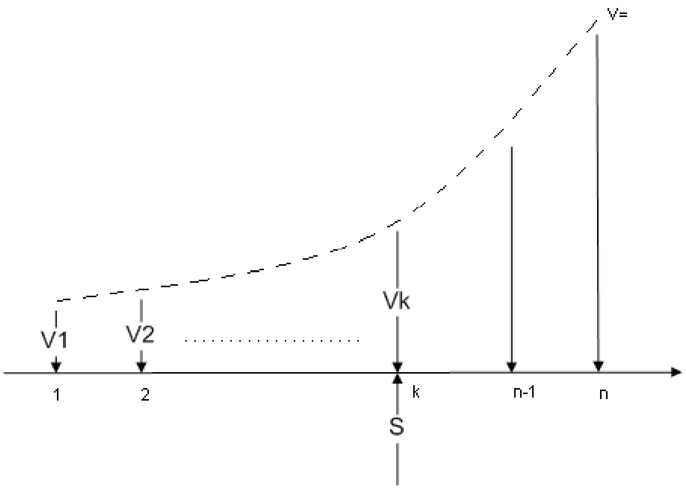

Рис. 3. **График выплат, изменяющихся по закону геометрической прогрессии**

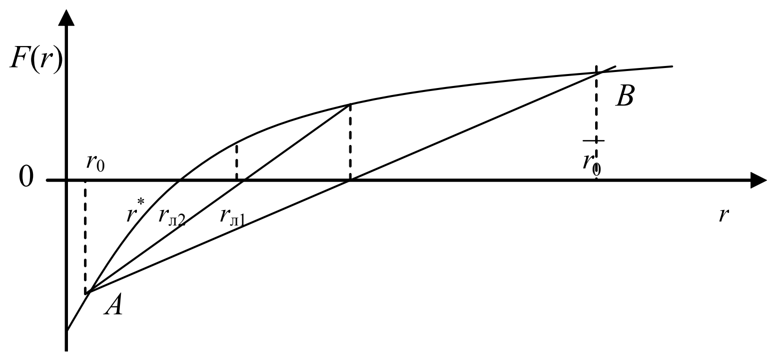

Рис. 4. **Метод линейной интерполяции**

Аналогично определим современную стоимость такой ренты:

$$A = R\frac{1-\left(\frac{1+\Delta}{1+i}\right)^n}{i-\Delta},$$

$$S = R\frac{(1+i)^n-(1+\Delta)^n}{i-\Delta},$$

где $q=1+\Delta$ - темп роста ренты представить в виде;

Δ - темп прироста ренты.

Определить разовый страховой платеж можно методом линейной интерполяции (рис. 4).

Пусть отрезок $[r_0, \bar{r}_0]$ таков, что $F(r_0)<0,\ F(\bar{r}_0)>0$. Тогда $r^* \in [r_0, \bar{r}_0]$. На отрезке $[r_0, \bar{r}_0]$ график функции $F(r)$ заменим линейным участком - проведем хорду AB, $A(r_0, F(r_0)),\ B(\bar{r}_0, F(\bar{r}_0))$. $(r_{л1}, 0)$ - точка пересечения хорды AB с осью Or. $r_{л1} \in [r_0, \bar{r}_0]$ и является приближенным значением r^*. Величина $r_{л1}$ рассчитывается по формуле

$$r_{л1} = r_0 + \frac{-F(r_0)}{F(\bar{r}_0) - F(r_0)}(\bar{r}_0 - r_0)\,. \qquad (4)$$

Процедуру можно повторить до достижения требуемой точности. Так как $F(r)$ является вогнутой и возрастающей, то всегда линейное приближение $r_л > r^*$ и $F(r_л) > F(r^*) = 0$. Поэтому на следующем шаге можно взять отрезок $[r_1, \bar{r}_1]$, где $r_1 = r_0, \bar{r}_1 = r_{л1}$. Тогда $[r_1, \bar{r}_1] \subset [r_0, \bar{r}_0]$, $F(r_1) = F(r_0) < 0$, $F(\bar{r}_1) = F(r_{л1}) > 0$ и $r^* \in [r_1, \bar{r}_1]$. Если на втором шаге получено приближенное значение $r_{л2}$, то $r_{л1} > r_{л2} > r^*$ и $F(r_{л1}) > F(r_{л2}) > F(r^*) = 0$. Получаем последовательность приближенных значений $r_{л1}, r_{л2}, ... \to r^*$, для которой соответствующая последовательность значений функции $F(r_{л1}), F(r_{л2}), ... \to F(r^*) = 0$ является убывающей и сходящейся к нулю, так как $F(r)$ непрерывна[3].

---

[1] *Мельников А.В., Попова Н.В., Скорнякова В.С.* Математические методы финансового анализа. М., 2006.

[2] *Ковалев В.В.* Методы оценки инвестиционных проектов. М., 1999.

[3] *Четыркин Е.М.* Финансовая математика: учебник. М., 2000.

Поступила в редакцию 05.08.2011 г.