Задачи №1 с ответами

1. Верно ли, что
   a. Лотерея [$\boldsymbol{p}$,$\boldsymbol{x}$] предпочтительнее лотереи [$\boldsymbol{q}$,$\boldsymbol{y}$], где $\boldsymbol{x}$,$\boldsymbol{y}$ – вектора исходов (денежных выигрышей), а $\boldsymbol{p}$,$\boldsymbol{q}$ – вектора вероятностей соответствующей размерности, потому что $\sum_i p_i u(x_i) > \sum_i q_i u(y_i)$.
   Нет – индекс полезности отражает предпочтения, сформированные заранее, а не определяет их. Поэтому, хотя формально оба утверждения тождественны в рамках теории фон Неймана-Моргенштерна, содержательная причинно-следственная связь направлена в другую сторону – от предпочтений на множестве перспектив к индексу полезности.
   b. Если $x>y>z>w$ и $u(x)+u(w) = u(y)+u(z)$, то всегда должно быть [x, ½; w, ½] < [y, ½; z, ½], поскольку дисперсия во втором случае меньше, чем в первом.
   Нет – для контрпримера достаточно рассмотреть выпуклую функцию полезности индивида, склонного к риску
   c. Если $x>y>z>w$ и $u(x)+u(y) > u(z)+u(w)$, то переход от y к x всегда более желателен, чем переход от w к z.
   В общем случае, необязательно – функция фон Неймана-Моргенштерна определяет только предпочтения между парами, а не между парами пар
2. Верно ли, что
   a. профиль, исключенный методом итерационного строгого доминирования (ИСД), не может быть равновесным по Нэшу
   Да – если какая-либо стратегия строго доминируема другой, она не может быть наилучшим ответом, т.е. элементом равновесного профиля. Пример – дилемма заключенного.
   b. профиль, не равновесный по Нэшу, не может остаться неисключенным методом ИСД
   Если правильно раскрыть отрицания, то высказывание тождественно требованию того, чтобы ИСД исключал все неравновесные профили. В общем случае это не так – напр. в след. игре равновесны профили (U,R) (D,L), однако доминирований нет.

	L	**R**
U	**2,0**	**4,2**
D	**3,4**	**2,3**

   c. если чистая стратегия не является доминируемой никакой другой чистой стратегией, то она не может быть доминируемой и смешаной стратегией.
   В следующей игре стратегия C игрока 2 не доминируема ни L ни R, однако смешаная стратегия из L и R с равными весами дает ему ожидаемый платеж в 0.5>0 – платежа от недоминируемой чистой стратегии C. Ответ – нет.

	L	**C**	**R**
U	**3,2**	**2,0**	**0,-1**
D	**0,-1**	**2,0**	**3,2**

   d. если смешаная стратегия приписывает положительный вес доминируемой чистой стратегии, то она сама будет доминируемой.
   Да – доминировать ее будет любая смешаная стратегия, придающая чуть меньший вес доминируемой чистой стратегии (а сделать это всегда

возможно, т.к. вероятности суть действительные числа). Пример – стратегия, приписывающая положительную вероятность Парето-оптимальной (неравновесной) стратегии.

e. если смешаная стратегия приписывает положительный вес недоминируемой чистой стратегии, , то и смешаная стратегия не может быть доминируема
Не обязательно – в следующей игре для игрока 2 L и C в отдельности не доминируемы R, однако смешаная стратегия из L и C с вероятностями ½ дает ожидаемый платеж -0.5>0 – платежу при стратегии R.

	L	C	R
U	0,-2	2,1	1,0
D	2,1	0,-2	1,0

f. Решение, полученное методом исключения слабо доминируемых стратегий, может привести к решению, не равновесному по Нэшу
Нет – профили равновесны по Нэшу тогда и только тогда, когда они есть наилучший ответ на какие-нибудь убеждения всех игроков относительно поведения оппонентов. Если стратегия исключена методом слабого доминирования, то нет такого убеждения, при котором она была бы наилучшим ответом, т.е. равновесием.

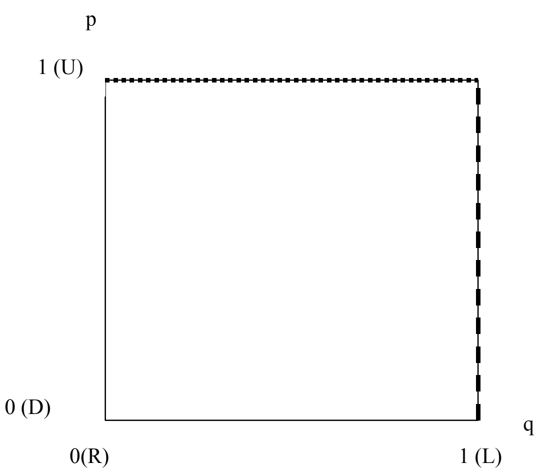
g. профиль, равновесный по Нэшу, может приписывать положительные вероятности слабо доминируемым стратегиям
Да – напр., в следующей игре равновесен профиль (U,L), при том что стратегия L доминируема для игрока 2.

	L	R
U	0,1	2,1
D	0,0	1,2

3. Приведите примеры игр 2×2
   a. с одним равновесием в чистых стратегиях,
   Дилемма заключенного *c>d>a>b*

	L	R
U	*a,a*	*c,b*
D	*b,c*	*d,d*

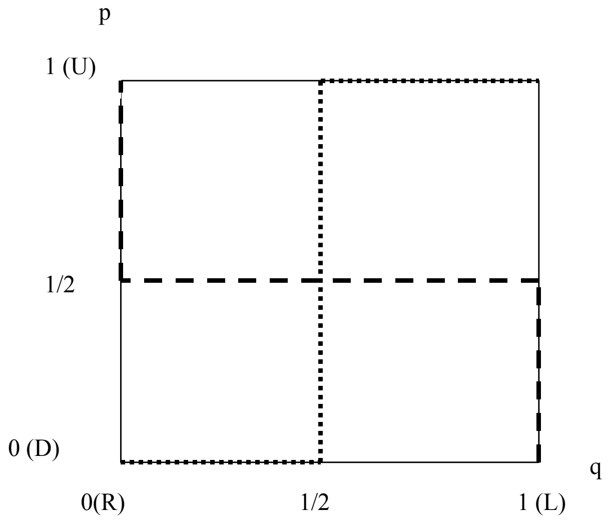
с функциями наилучшего ответа (для игрока 1 – точки, для игрока 2 – пунктир):



   b. с одним равновесием в смешаных стратегиях,
   Напр., следующая игра при *a>b>0*

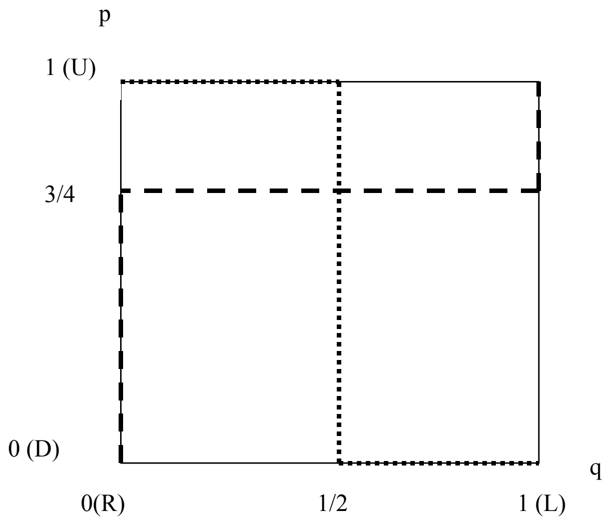
	L	R
U	*a,b*	*b,a*
D	*b,a*	*a,b*

с функциями наилучшего ответа при *a*=1,*b*=3



или следующая игра

	L	R
U	2,3	5,2
D	4,1	3,4

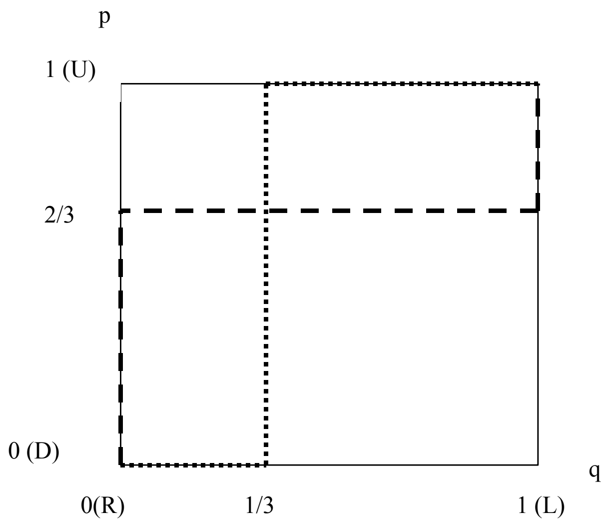


c. с тремя равновесиями, из которых два - симметричные в чистых стратегиях,

Координационная игра (*a*, *b*>0)

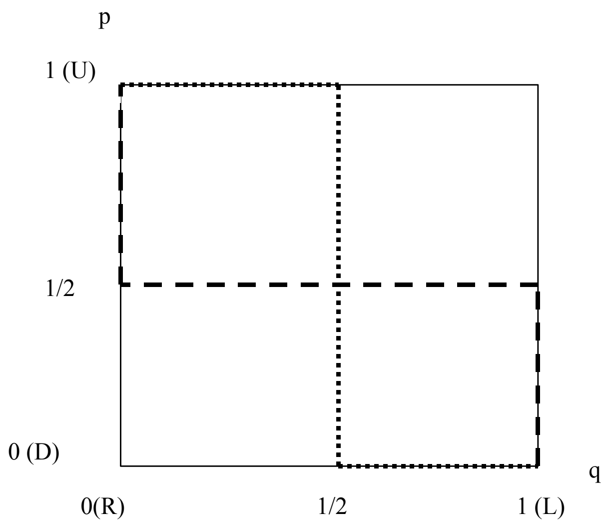
	L	R
U	*a,b*	0,0
D	0,0	*b,a*

функции наилучшего ответа при *a*=2,*b*=1



d. с тремя равновесиями, из которых два – асимметричные в чистых стратегиях,
Ястреб-голубка

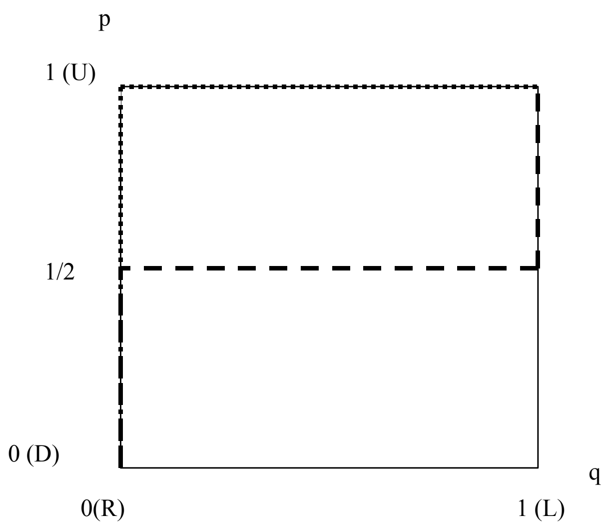
	L	R
U	**-1,-1**	**2, 0**
D	**0, 2**	**1,1**



e. с континуумом равновесий.

Следующая игра

	L	**R**
U	**2, 0**	**2, 1**
D	**0, 1**	**2, 0**



характеризуется континуумом равновесий, т.к. игроку 2 все равно что играть если только игрок 1 играет U с вероятностью не более ½ (и не все равно что играть, если эта вероятность больше). Такие игры называются нехарактерными (non-generic).