

Макроэкономическая модель общего равновесия

В данной главе мы рассмотрим макроэкономическую модель с рациональными ожиданиями, в которой условие (17a), характеризующее частичное равновесие на рынке финансовых активов, будет одним из ключевых уравнений.

Класс модели в теории международных финансов: *модель общего равновесия с рациональными ожиданиями в непрерывном времени с жесткими ценами, с ненулевой равновесной инфляцией.*

В модели мы рассмотрим наступление одновременного равновесия на четырех основных рынках:

1. Рынок финансовых активов
2. Рынок денег
3. Рынок иностранной валюты
4. Рынок благ

Рынок труда в модели не анализируется. Предполагается, что ВВП Y_t , производимый в экономике в период t является экзогенным параметром.

Как обычно, согласно следствию из закона Вальраса, один из рынков можно подробно не рассматривать, помня, что на нем автоматически наступит равновесие тогда, когда все три оставшиеся рынка придут в равновесие. И хотя основным интересующим нас параметром является валютный курс, мы из рассмотрения исключим именно рынок валюты, так как стороны спроса и предложения гораздо легче определить на оставшихся трех рынках.

Наступления частного равновесия на основных рынках

Последовательно рассмотрим частное равновесие на трех рынках финансовых активов, денег и товаров. Мы увидим, что первые два из перечисленных рынков активно взаимодействуют друг с другом в краткосрочном периоде, поэтому позже можно эту пару объединить и анализировать взаимодействие денежно-финансового сегмента с реальным сегментом.

Рынок финансовых активов

Рынок финансовых активов мы достаточно подробно описали выше. Напомним, что мы предполагаем наличие двух видов активов: отечественные и иностранные. Равновесным состоянием рынка будет установление такой разности доходностей активов в двух странах, при которой спрос на данные активы будет соответствовать их предложению. Данная равновесная разность составит:

$$i - i^* = f - s = \Delta s^e - 2\Theta \cdot \sigma^2 \cdot \left[\frac{v^*}{v^* + \frac{v}{Q}} - x_{mv} \right] \quad (17a)$$

Данное соотношение нам не подходит, так как мы строим модель в реальном времени, поэтому промежутки между двумя периодами бесконечно малы. Попробуем сформулировать соотношение (17a) для бесконечно малых промежутков времени (для непрерывного времени).

При переходе к непрерывному времени дискретные доходности ценных бумаг сходятся к непрерывным доходностям. Далее мы будем использовать те же самые обозначения для непрерывных доходностей, что и раньше для дискретных. Ожидаемый процентный прирост валютного курса за один период Δs^e превратится в производную логарифма валютного курса по времени:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s^e}{\Delta t} = \frac{\partial s^e}{\partial t} \equiv \dot{s}^e \quad (21)$$

Схема формирования ожиданий будет сформулирована ниже. Заметим, однако, что сформулировать модель необходимо таким образом, чтобы агенты не делали систематических ошибок прогноза, то есть выполняться условие:

$$\dot{s}^e = \dot{s} \quad (22)$$

Заметим, что (22) – это всего лишь условие на схему формирования, но не сама схема.

Вместо дисперсии разности доходностей σ^2 в случае непрерывного аналога (17a) должна стоять некоторая характеристика изменчивости данной разности (непрерывный аналог дисперсии). Обозначим ее той же самой буквой, и не будем вдаваться в подробности стохастических моделей финансов. Остальные переменные корректировать нет нужды, хотя понятно, что дискретные ставки процента теперь мы заменяем на непрерывные ставки процента с сохранением обозначений.

Опираясь на все сказанное выше, запишем условие равновесия на рынке финансовых активов:

$$i - i^* = \dot{s}^e - 2\Theta \cdot \sigma^2 \cdot \left[\frac{v^*}{v^* + v/Q} - x_{mv} \right] \quad (17b)$$

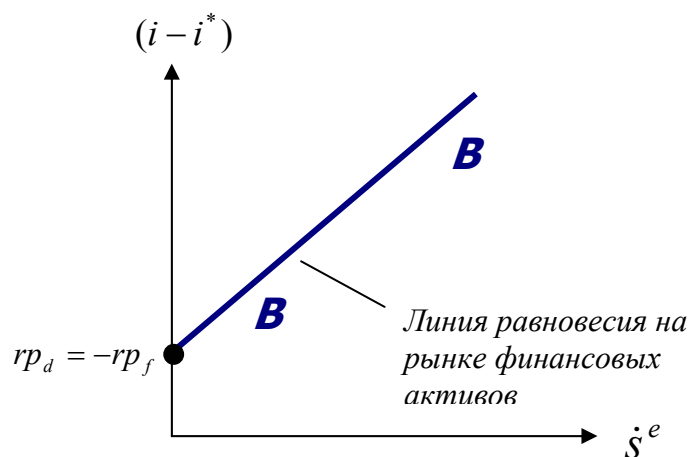


Рисунок 1. Линия равновесия финансового рынка BB

Как видим, факторы равновесной разности не изменились, и все сказанное выше о влиянии данных факторов на равновесную разность $(i - i^*)$ остается в силе.

Графически проанализируем движение рынка финансовых активов к равновесию. Для начала изобразим на рисунке 1 условие равновесия (17b) в координатах разности доходностей и ожидаемого темпа роста \dot{s}^e . В этих

координатах линия, характеризующая равновесие финансового сегмента будет прямой (BB) с углом наклона 45° .

Пересечение линии равновесия BB с осью $(i - i^*)$ происходит в точке, где $i - i^* = rp_d$ - премии за риск *отечественных* активов (она связана с премией за риск *иностранных* активов очевидной зависимостью: $rp_d = -rp_f$).

Вербальное описание линии BB следующее: при некоторых ожиданиях изменения валютного курса и премии за риск на финансовом рынке устанавливаются такое соотношение цен активов (определяющее разность доходностей) двух стран, при котором у инвесторов нет стимулов изменять состав уже сформированного портфеля ценных бумаг. Однако не стоит считать, что

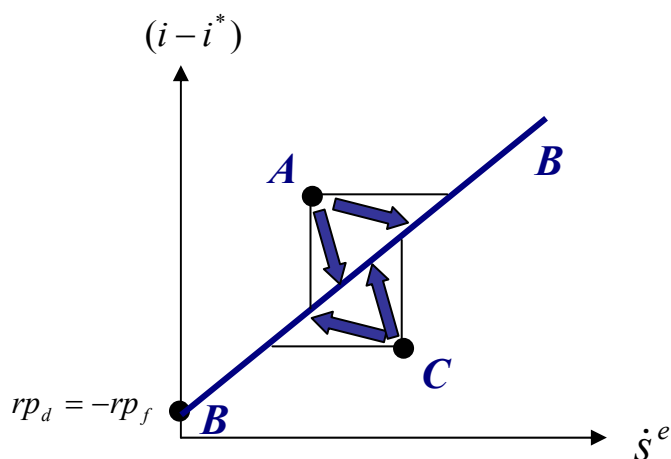


Рисунок 2. Движение рынка финансовых активов к равновесию

уравновешивание рынка финансовых активов происходит только через цены финансовых активов. Рынок валюты также активно принимает участие в движении к равновесию. Покажем это.

Рассмотрим точку A на рисунке 2. При некотором значении s^e и rp_f разность доходностей в точке A выше равновесной (точка над линией BB). В итоге отечественные активы в точке A будут недооценены. Тогда инвесторы будут:

- покупать недооцененные отечественные активы $\Rightarrow i \downarrow$
- продавать переоцененные иностранные активы $\Rightarrow i^* \uparrow$
- продавать иностранную валюту на рынке $\Rightarrow s \downarrow \Rightarrow s^e \uparrow$

Из точки A мы будем смещаться вправо вниз, что показано стрелочками на рисунке 2.

Аналогично можно проанализировать точку C , в которой отечественные активы переоценены.

Мы видим, что обе переменные s^e (через текущий валютный курс s) и разность доходностей $(i - i^*)$ изменяются при движении рынка финансовых активов к равновесию.

Рынок денег

Определим функции спроса на деньги в отечестве и за границей:

$$m^d - p = \alpha_1 \cdot y - b \cdot i - c \cdot (i^* + s^e) \quad (23a)$$

$$m^{d^*} - p^* = \alpha_1 \cdot y - b \cdot i^* - c \cdot (i - s^e) \quad (23b)$$

В уравнениях (23) традиционно спрос на деньги зависит от ВВП страны и доходностей активов, которые покупают граждане данной страны.

Уравнения составлены таким образом, что все коэффициенты были больше нуля:

$$\alpha_1 > 0, b > 0, c > 0$$

Доходность иностранных активов в отечестве составляет $i^* + \dot{s}^e$ и отечественный спрос на деньги реагирует на данную доходность. Доходность отечественных активов для иностранцев составляет $i - \dot{s}^e$ и данная величина влияет на спрос на деньги за границей. Видно, что агенты в каждой стране рассматривают ценные бумаги обеих стран как альтернативу собственным деньгам. Деньги другой страны за такую альтернативу не считаются, то есть, эффекта замена валюты здесь нет.

В уравнениях (23) коэффициенты в уравнениях спроса на деньги для двух стран одинаковые, что позволяет упростить анализ без потери сути.

В обеих странах агенты сильнее реагируют на изменение доходности отечественных активов, чем на изменение доходности иностранных: $b > c$.

Предложение денег в обеих странах определяется Центральными банками этих стран.

Обозначим:

$$m \equiv \ln M^S$$

$$m^* \equiv \ln M^{*S}$$

Так как модель описывает краткосрочные процессы, то цены будем считать жесткими, и равновесие на рынке денег наступает в результате изменения доходностей ценных бумаг.

Мы выяснили, что спрос на ценные бумаги обеих стран (то есть доходности) определяется как местными, так и чужеземными инвесторами, поэтому равновесие на рынке денег каждой из стран будет устанавливаться не только через доходность своих активов, но и через доходность иностранных активов, а также ожидаемый прирост валютного курса. Рынки денег двух стран отдельно друг от друга рассматривать нельзя, поэтому мы будем изучать совместное равновесие рынков денег двух стран.

Итак, если на рынках денег обеих стран наблюдается равновесие, то:

$$m - p = \alpha_0 \cdot y - b \cdot i - c \cdot (i^* + \dot{s}^e) \quad (24a)$$

$$m^* - p^* = \alpha_0 \cdot y - b \cdot i^* - c \cdot (i - \dot{s}^e) \quad (24b)$$

Из уравнений (24) следует, что доходности в двух странах и ожидаемый (равный фактическому) прирост валютного курса будет связан следующим соотношением:

$$i - i^* = -\frac{1}{b - c} \cdot (z - z^* + 2c \cdot \dot{s}^e) \quad (25)$$

где $z \equiv m - p - \alpha_0 \cdot y$ и $z^* \equiv m^* - p^* - \alpha_0 \cdot y^*$ называют фундаментальными факторами валютного курса. На данном этапе, может быть, не понятно, почему мы их так называем, но, например, можно вспомнить монетарную модель с гибкими ценами, в которой разность $(z - z^*)$ (и ожидания агентов ее значения в будущих периодах) определяла динамику валютного курса.

Данная модель описывает краткосрочные процессы, поэтому влияние фундаментальных факторов на динамику будет чуть более опосредованным.

Не стоит думать, что если ожидаемый темп прироста валютного курса \dot{s}^e стоит справа в уравнении (25), то он определяет разность доходностей $(i - i^*)$. На самом деле (25) показывает лишь при каких комбинациях \dot{s}^e и $(i - i^*)$ на рынках денег двух стран устанавливается равновесие.

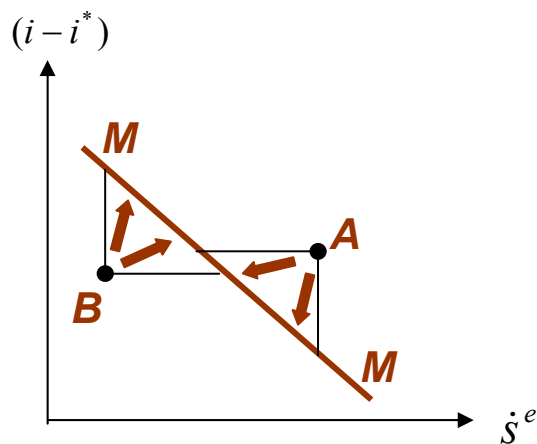


Рисунок 3. Движение рынка денег к равновесию

Графически условие равновесия на рынках денег можно изобразить с помощью кривой MM на рисунке 3, которая согласно (25) имеет отрицательный наклон.

Рассмотрим точку A на рисунке 3. Разность доходностей $(i - i^*)$ в данной точке выше, равновесной (при том же значении \dot{s}). Так как MM показывает совместное равновесие рынков денег двух стран, то точку A может характеризовать несколько случаев.

Мы рассмотрим самые принципиальные:

1. Иностраный рынок денег в равновесии, а на отечественном рынке доходность выше равновесной доходности. Тогда предложение денег в отечестве превышает спрос $m^d - p < m^s - p$. «Лишние» деньги агенты направят на покупку процентных активов, в результате чего отечественная доходность начнет падать $i \downarrow$, а валютный курс будет расти $s \uparrow$ вследствие увеличения спроса на иностранную валюту для покупки иностранных активов. Рост текущего равновесного курса приведет к падению ожиданий $\dot{s}^e \downarrow$. В итоге, из точки A мы будем смещаться влево вниз, что показано стрелками на рисунке 3.
2. Отечественный рынок денег в равновесии, а на иностранном рынке доходность ниже равновесной доходности. Тогда спрос на деньги за границей превышает предложение $m^{*d} - p^* > m^{*s} - p^*$. Недостаток денег агенты попытаются восполнить продажей ценных бумаг. В результате продаж на рынке активов иностранная доходность возрастет $i^* \uparrow$, а валютный курс будет расти $s \uparrow$ вследствие увеличения предложения отечественной валюты на рынке валюты (так как за границей продают отечественные активы). Опять же рост валютного курса приводит к снижению ожиданий $\dot{s}^e \downarrow$. В итоге движение из точки A будет аналогично случае 1 и также соответствует стрелкам на рисунке 3.

Точка B на рисунке 3 анализируется аналогично точке A .

Условия (17b) и (25), характеризующие равновесия на рынке финансовых активов и денег соответственно, связывают две ключевые для этих рынков переменные: разность номинальных доходностей $(i - i^*)$ и ожидаемый (фактический) темп прироста валютного курса $\dot{s} = \dot{s}^e$. Из (17b) и (25) можно найти равновесные значения этих переменных.

Совместное равновесие денежно-финансового сегмента

Итак, мы имеем два условия равновесия:

$$i - i^* = \dot{s}^e - 2\Theta \cdot \sigma^2 \cdot \left[\frac{v^*}{v^* + v/Q} - x_{mv} \right] \quad \text{Равновесие на финансовом рынке} \quad (17b)$$

$$i - i^* = -\frac{1}{b-c} \cdot (z - z^* + 2c \cdot \dot{s}^e) \quad \text{Равновесие на денежном рынке} \quad (25)$$

Видно, что из (17b) и (25) можно найти равновесные значения $(i - i^*)$ и \dot{s}^e . Сначала сделаем это аналитически.

Приравняв правые части друг другу мы получим выражение для \dot{s} :

$$\dot{s}^e - 2\Theta \cdot \sigma^2 \cdot \left[\frac{v^*}{v^* + v/Q} - x_{mv} \right] = -\frac{1}{b-c} \cdot (z - z^* + 2c \cdot \dot{s}^e)$$

Равновесный темп прироста валютного курса составит:

$$\dot{s}^e = -\frac{1}{b+c} \cdot (z - z^*) + \frac{b-c}{b+c} \cdot 2\Theta \cdot \sigma^2 \cdot \left[\frac{v^*}{v^* + v/Q} - x_{mv} \right] \quad (26)$$

Введем обозначения: $\beta \equiv \frac{b-c}{b+c} > 0$, $\gamma \equiv \frac{1}{b+c} > 0$

$$rp_f \equiv 2\Theta \cdot \sigma^2 \cdot \left[\frac{v^*}{v^* + v/Q} - x_{mv} \right] \quad (27)$$

где, rp_f - рискованная премия иностранных активов.

Тогда с учетом введенных обозначений:

$$\dot{s}^e = -\gamma \cdot (z - z^*) + \beta \cdot rp_f(q) \quad (26a)$$

Заметим, что условие (26) – это условие **краткосрочного** равновесия на рынках финансовых активов и денег двух стран. Заметим, что в краткосрочном периоде равновесный ожидаемый темп прироста \dot{s}^e может отличаться от темпа прироста курса иностранной валюты в **долгосрочном** периоде, который характеризует условием (28):

$$\dot{q} = \dot{s} - \pi + \pi^* = 0 \quad (28)$$

где $q \equiv \ln Q$.

Проведем графический анализ условий равновесия (17b), (25) и (26).

Равновесие на денежно-финансовом сегменте наступает в точке пересечения кривых MM и BB (на графике, точка E). Способ достижения равновесной точки из любой другой комбинации $(i - i^*)$ и \dot{s} анализировать мы не будем. Движение к краткосрочному равновесию представляет собой отдельную проблему, анализ которой выходит за рамки нашего анализа. Будем считать, что равновесие на денежно-финансовом сегменте наступает мгновенно и одновременно для всего денежно-финансового сегмента двух стран.

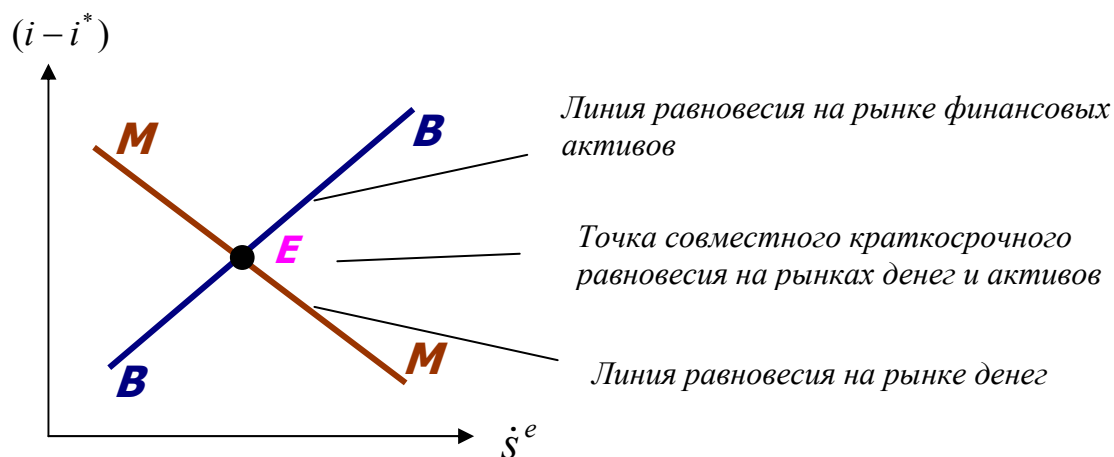


Рисунок 4. Совместное равновесие на рынках денег и финансовых активов.

Рассмотрим факторы, которые могут повлиять на краткосрочное равновесие на денежно-финансовом сегменте:

- Из (26) видно, что увеличение отечественных fundamentals z уменьшает ожидаемый темп прироста \dot{s}^e , в то время как увеличение иностранных fundamentals z^* увеличивает \dot{s}^e . Графически, увеличение $(z - z^*)$ приводит к сдвигу кривой MM влево, что уменьшает равновесный \dot{s}^e .
- Вторым важным фактором является относительное предложение активов в двух странах. Например, увеличение относительного предложения иностранных активов $\frac{v^*}{v^* + v/Q}$ (например, за счет увеличения реального курса иностранной валюты в отечестве) приведет к увеличению равновесного ожидаемый темпа прироста валютного курса \dot{s}^e . Графически это означает сдвиг кривой BB вправо вниз и увеличение равновесного \dot{s}^e .

Наконец отметим, что совместное решение уравнений (17b), (24a), (24b) дает возможность найти равновесные ставки процента на двух рынках. Примечательно, что равновесные доходности в каждой стране *не зависят* от значений fundamentals другой страны:

$$i_t = -\gamma \cdot z - \frac{c}{b+c} \cdot rp_f \quad (28a)$$

$$i_t^* = -\gamma \cdot z^* + \frac{c}{b+c} \cdot rp_f \quad (28b)$$

Рынок благ

Равновесие на рынке благ традиционно описывается кривой Филипса.

Совокупный спрос в экономике зависит от производимого ВВП, реального валютного курса и реальной ставки процента в экономике:

$$ad = \alpha_1 \cdot y + \alpha_2 \cdot q - \alpha_3 \cdot (i - \dot{p}) \quad \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \alpha_3 > 0 \quad (30a)$$

Здесь мы предположили, что агенты знают текущую инфляцию и используют свои знания при принятии решений. То есть:

$$\dot{p}^e = \dot{p} \quad (31)$$

(31) фактически являет формулировкой гипотезы рациональных ожиданий для инфляции. Действительно, так как модель детерминистическая, агенты не должны делать *никаких* ошибок прогноза инфляции. Ожидания, описанные формулой (31) называются *совершенными близорукими предсказаниями* (*perfect myopic foresights*). Действительно, агенты могут сделать абсолютно точный прогноз, но лишь на бесконечно короткий промежуток времени. Впрочем, так как модель построена в непрерывном времени, то есть агенты принимают решения, заглядывая на бесконечно малый промежуток времени, то им большего и не нужно.

За границей имеем ту же самую спецификацию совокупного спроса, с учетом того, что $q^* = -q$:

$$ad^* = \alpha_1 \cdot y^* - \alpha_2 \cdot q - \alpha_3 \cdot (i^* - \dot{p}^*) \quad (30b)$$

Выражения (30a) и (30b) сформулированы в логарифмах, а коэффициенты α_1 и α_2 имеют смысл эластичностей совокупного спроса по ВВП и реальному валютному курсу соответственно. Коэффициент α_3 называют полуэластичностью функции совокупного спроса по реальной ставке процента в экономике ($i - \dot{p}$)

Из (30) видно, что совокупный спрос положительно зависит от производимого ВВП и реального валютного курса, и отрицательно от реальной ставки процента, что подтверждается эмпирически.

Совокупное предложение в модели предполагается экзогенным.

Если совокупный спрос ad не равен совокупному предложению y , в экономике начинается процесс приспособления, который идет через уровень цен. Данный процесс приспособления рынка благ описывается кривой Филипса:

$$\pi = \dot{m} + \psi \cdot (ad - y) \quad (32)$$

где \dot{m} - это темп прироста номинальной денежной массы, $\psi > 0$ - чувствительность инфляции к неравновесной ситуации на рынке благ, имеющая смысл скорости адаптации.

Так как по определению, $\pi \equiv \dot{p}$, выражение (32) можно переписать:

$$\dot{p} = \dot{m} + \psi \cdot (ad - y) \quad (32a)$$

Так как совокупный спрос ad также зависит от темпа роста цен в экономике (через реальную ставку процента), то можно выразить равновесный с точки зрения рынка благ темп инфляции \dot{p} , попутно подставив в (32a) уравнение для совокупного спроса (30a) и равновесную ставку процента (28a):

$$\dot{p} = \dot{m} + \psi \cdot [(\alpha_1 - 1) \cdot y + \alpha_2 \cdot q + \alpha_3 \cdot \gamma \cdot (l - y) + \alpha_3 \cdot \frac{c}{b+c} \cdot rp_f + \alpha_3 \cdot \dot{p}] \quad (32b)$$

$$\dot{p} = \frac{1}{1 - \psi \cdot \alpha_3} \cdot \dot{m} + \frac{\psi \cdot \alpha_3}{1 - \psi \cdot \alpha_3} \cdot [\gamma \cdot l + \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cdot q + \frac{c}{b+c} \cdot rp_f(q) - (\frac{1 - \alpha_1}{\alpha_3} + \gamma) \cdot y] \quad (33)$$

(33) показывает равновесный уровень инфляции в отечественной экономике, который зависит от параметров роста денежного предложения, а также от факторов, влияющих на соотношение совокупных спроса и предложения. Процесс, описываемый уравнениями (32b) и (33) будет стабильным при некотором условии.

Условием отсутствия саморазгоняющейся инфляции здесь является условие (34)

$$\psi \cdot \alpha_3 < 1 \quad (34)$$

Действительно, если оно не выполняется, то при небольшом отклонении от равновесного уровня инфляции, система не вернется в равновесное состояние, а процесс инфляции будет не устойчивым, чего *не наблюдается в реальности*. Например, если ЦБ увеличивает темп роста денежной массы, то инфляция увеличивается. Увеличение инфляции снижает реальную ставку процента, стимулируя спрос в экономике, что опять же ведет к увеличению темпа инфляции. В реальности мы знаем, что эффект, который производит увеличение темпа роста денежной массы на темп инфляции усиливается через рост спроса в экономике (обратная связь), но является в итоге конечным, а инфляционный процесс стабильным.

Обозначим:

$$\delta \equiv \frac{\psi \cdot \alpha_3}{1 - \psi \cdot \alpha_3} \text{ и, соответственно, } \frac{1}{1 - \psi \cdot \alpha_3} = 1 + \delta \quad (35)$$

Из условия (34) мы видим, что коэффициент $\delta > 0$, причем, чем ближе данный коэффициент к нулю, тем стабильнее процесс инфляции в стране.

Перепишем (33) с учетом введенных обозначений:

$$\dot{p} = (1 + \delta) \cdot \dot{m} + \delta \cdot [\gamma \cdot l + \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cdot q + \frac{c}{b+c} \cdot rp_f(q) - (\frac{1 - \alpha_1}{\alpha_3} + \gamma) \cdot y] \quad (33a)$$

Инфляция за границей:

$$\dot{p}^* = \mu^* + \psi \cdot (ad^* - y^*) \quad (36)$$

Проделав то же самое для зарубежной экономики, получим:

$$\dot{p}^* = (1 + \delta) \cdot \dot{m}^* + \delta \cdot [\gamma \cdot l^* - \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cdot q - \frac{c}{b+c} \cdot rp_f(q) - (\frac{1-\alpha_1}{\alpha_3} + \gamma) \cdot y^*] \quad (37)$$

Видно, что единственное отличие от (32a) в том, что увеличение реального курса иностранной валюты снижает спрос за рубежом и уменьшает равновесную инфляцию \dot{p}^* (увеличивая отечественную \dot{p})

Анализ общего равновесия в системе

Как обычно анализируем краткосрочное равновесие системы, в результате которого при известных ценах установится валютный курс и долгосрочное равновесие системы, в котором все реальные переменные модели перестанут меняться со временем.

Краткосрочное равновесие

Как мы уже знаем, в краткосрочном периоде уравниваются денежный, финансовый и валютный сегменты отечественной и зарубежной экономик. Результатом является установление равновесных валютного курса и ставок процента в двух странах.

Равновесные ставки нами уже найдены: соотношения (28a) и (28b) показывают, на каком уровне установятся ставки процента в двух странах.

Мы также знаем, что равновесный ожидаемый темп роста валютного курса составит

$$\dot{s}^e = -\gamma \cdot (z - z^*) + \beta \cdot rp_f(q) \quad (26a)$$

Кривую, иллюстрирующую равновесие на денежно-финансовом сегменте мы назовем кривой *AM*.

Пора, наконец, предложить схему формирования ожиданий валютного курса и связать текущий курс и ожидаемый темп прироста валютного курса. Так как величина номинального валютного курса будет иметь тренд, то будем использовать регрессионную схему формирования ожиданий *реального* валютного курса:

$$\dot{q}^e = \theta \cdot (\bar{q} - q) \quad \theta > 0 \quad (38)$$

Как обычно для регрессионной схемы, агенты будут ожидать возврата реального курса иностранной валюты к долгосрочному равновесному уровню.

Далее свяжем схему формирования ожиданий (38) с условием краткосрочного равновесия (26a). Для этого по определению распишем темп роста реального валютного курса:

$$\dot{q}^e \equiv \dot{s}^e - \dot{p}^e + \dot{p}^{*e} \quad (39)$$

и так как $\dot{p}^e = \dot{p}$ и $\dot{p}^{*e} = \dot{p}^*$, можно переписать (38) в следующем виде:

$$\dot{q}^e = \theta \cdot (\bar{q} - q) = \dot{s}^e - \dot{p} + \dot{p}^* \quad (38a)$$

Агенты, видя текущий реальный валютный курс q и зная равновесное его значение для текущих экзогенных переменных \bar{q} , формируют ожидания относительно изменения реального

валютного курса \dot{q}^e . Зная текущие темпы инфляции, они, наконец, формируют ожидания относительно изменения номинального валютного курса \dot{s}^e :

$$\dot{s}^e = \dot{p} - \dot{p}^* + \theta \cdot (\bar{q} - q) \quad (38b)$$

В (38b) можно подставить значения темпа роста цен (33a) и его зарубежный аналог (37):

$$\dot{s}^e = \dot{m} - \dot{m}^* + \psi \cdot (ad - y) - \psi \cdot (ad^* - y^*) + \theta \cdot (\bar{q} - q) \quad (38c)$$

Из (38c) видно, что реальный валютный курс воздействует на формируемые агентами ожидания \dot{s}^e через 2 механизма:

1. $\uparrow q \Rightarrow ad \uparrow, ad^* \downarrow \Rightarrow \dot{p} \uparrow, \dot{p}^* \downarrow \Rightarrow \dot{s}^e \uparrow$
2. $\uparrow q \Rightarrow (\bar{q} - q) \downarrow \Rightarrow \dot{s}^e \downarrow$

Механизмы приводят к противоположному результату воздействия. Какой из механизмов должен преобладать? Однозначно второй механизм должен быть сильнее первого. Первый механизм лишь ослабляет действие второго. Агенты, знают, что когда $\uparrow q$, то инфляция в отечестве растет, а за границей падает, что даже при нулевом темпе роста номинального валютного курса $\dot{s}^e = 0$ вызовет ожидания изменения реального валютного курса. Но эмпирика показывает, что основу динамики реального валютного курса составляет динамика номинального валютного курса, тогда как динамика цен дает некоторую поправку. Модель должна иметь свойства, присущие реальному миру, поэтому в модель закладывается преобладание второго эффекта над первым, что приводит к отрицательной зависимости $\dot{s}^e(q)$ в (38c).

(38c) называют иногда путем совершенного предсказания (PFP – perfect foresight path). Дело в том, что (38c) должно иметь такую зависимость $\dot{s}^e(q)$, чтобы те ожидания, которые формируются, в каждый момент времени приводили к такому решению системы, в результате которого

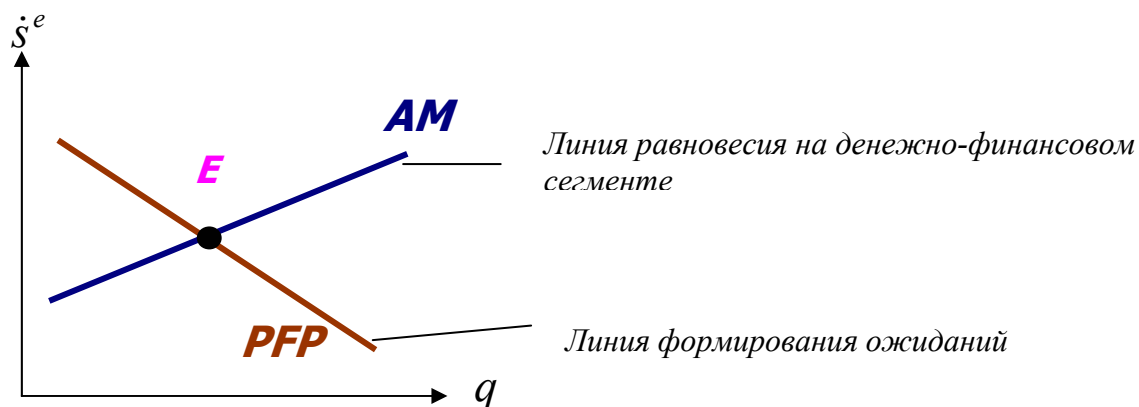


Рисунок 5. Краткосрочное равновесие системы

фактическое изменение номинального валютного курса совпадало с ожидаемыми:

$$\dot{s}(q, l, y, y^*, \dot{m}, \dot{m}^*) = \dot{s}^e(PFP) \quad (40)$$

Итак, в каждый момент времени мы должны иметь выполнение условий (26a) и (38c). Графически изобразим на рисунке 5 условие краткосрочного равновесия. В точке E пересекаются кривые AM и PPF , формируя равновесные значения реального валютного курса q и ожиданий \dot{s}^e , характерные для текущего значения экзогенных переменных и реальной денежной массы l .

Подведем небольшой итог: в краткосрочном периоде в экономике устанавливаются следующие величины: q , \dot{s}^e , \dot{p} , \dot{p}^* . Однако данные параметры могут не удовлетворять параметрам долгосрочного равновесия, в результате чего в экономике будут происходить изменения эндогенных переменных q и l .

Долгосрочное равновесие

Условием общего равновесия в долгосрочном периоде будет следующая система:

$$\dot{q}^e \equiv \dot{q} = \dot{s}^e - \dot{p} + \dot{p}^* = 0 \quad (41a)$$

$$\dot{l} \equiv \dot{m} - \dot{p} = 0 \quad (41b)$$

$$\dot{l}^* \equiv \dot{m}^* - \dot{p}^* = 0 \quad (41c)$$

Откуда следует, что:

$$\bar{\dot{p}} = \dot{m} \quad (42a)$$

$$\bar{\dot{p}}^* = \dot{m}^* \quad (42b)$$

$$\bar{\dot{s}}^e = \dot{m} - \dot{m}^* \quad (42c)$$

Найдем стационарные уровни реальных денег и реального валютного курса, удовлетворяющие условиям (41). В приложении (П1) показано, что для стационарной точки системы характерны следующие соотношения:

$$2 \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cdot \bar{q} + rp_f(\bar{q}) = \left(\frac{1-\alpha_1}{\alpha_3} + (1-\alpha_0) \cdot \gamma \right) \cdot (y - y^*) \quad (43a)$$

$$\bar{l} = \frac{1}{\gamma} \cdot \left[-\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cdot \bar{q} + \frac{c}{b+c} \cdot rp_f(\bar{q}) \right) + \left(\frac{1-\alpha_1}{\alpha_3} + \gamma \right) \cdot y - \dot{m} \right] \quad (43b)$$

$$\bar{l}^* = \frac{1}{\gamma} \cdot \left[\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cdot \bar{q} + \frac{c}{b+c} \cdot rp_f(\bar{q}) \right) + \left(\frac{1-\alpha_1}{\alpha_3} + \gamma \right) \cdot y^* - \dot{m}^* \right] \quad (43c)$$

Решение системы (39) можно записать в матрично-векторной форме:

$$\begin{bmatrix} \bar{q} \\ \bar{l} \\ \bar{l}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -A & 0 & 0 \\ C & D & -B & 0 \\ D & C & 0 & -B \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y \\ y^* \\ \dot{m} \\ \dot{m}^* \end{bmatrix} \quad (44)$$

где $A, B, C, D > 0$, $C > D$

или в терминах разности $(\bar{l} - \bar{l}^*)$:

$$\begin{bmatrix} \bar{q} \\ \bar{l} - \bar{l}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C - D & -B \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y - y^* \\ \dot{m} - \dot{m}^* \end{bmatrix} \quad (45)$$

Видно, что стационарные значения реального валютного курса и реального предложения (спроса) на деньги не зависят от уровня денежной массы m . Это демонстрирует тот факт, что сконструированная модель характеризуется свойством **асимптотической нейтральности денег**. Это означает, что хотя в каждый момент времени деньги не нейтральны, и с помощью денежной массы можно повлиять на реальные величины q и l , но в долгосрочном периоде (в стационарной точке) данные переменные сходятся к значениям, которые не зависят от количества денег в экономике.

В общем случае коэффициенты A, B, C, D являются функциями от равновесного реального валютного курса \bar{q} , чему виной нелинейная зависимость премии за риск от реального валютного курса $rp_f(\bar{q})$.

На рисунке 6 показана зависимость $rp_f(q)$ для следующих характеристик:

$$v = 4, v^* = 2, x_{mv} = 0.5 \text{ а } 2\Theta \cdot \sigma^2 = 0.5$$

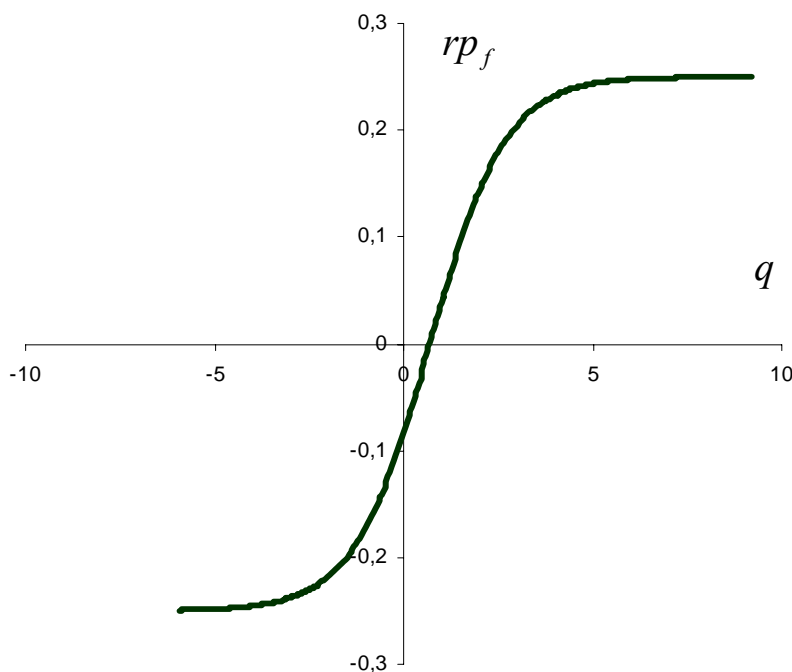


Рисунок 6. Зависимость премии за риск от реального валютного курса

Видно, что нелинейный эффект будет сказываться лишь на очень больших промежутках изменения реального валютного курса, поэтому мы будем далее считать данные коэффициенты константами, чтобы излишне не усложнять анализ. Это, впрочем, не означает, что эффект $rp_f(\bar{q})$ мы полностью игнорируем: мы его всего лишь *линеаризуем* (то есть слегка упрощаем его анализ)

Ниже мы более подробно проанализируем шок изменения уровня ВВП в каждой из стран, а

также темпа роста денежной массы.

Другим важным моментом является то, что премия за риск rp_f зависит не только от реального валютного курса, но и от *характеристик рынка финансовых активов*:

- ✓ Волатильности процентного прироста валютного курса $\sigma_{\Delta s} = \sigma$

- ✓ Относительного предложения иностранных финансовых активов на рынке $\frac{V^*}{W}$
- ✓ Интегральной характеристики степени отвержения риска агентами Θ
- ✓ Инфляционного риска в двух странах σ_π и σ_{π^*} .

Мы знаем, что равновесная премия за риск определяется исходя из (12):

$$rp_f = Er^* - Er = 2\Theta \cdot \sigma^2 \cdot \left[\frac{V^*}{W}(q) - \frac{\sigma_\pi^2 - \text{cov}(\pi, \pi^*)}{\sigma^2} - \frac{(1-a) \cdot \sigma_u^2}{\sigma^2} \right] \quad (12b)$$

Соответственно, остается найти зависимость равновесных величин модели от премии за риск иностранных активов. Из (43a)-(43c) видно, что:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial rp_f} < 0 \quad \frac{\partial \bar{l}}{\partial rp_f} < 0 \quad \frac{\partial \bar{l}^*}{\partial rp_f} > 0 \quad (46)$$

Наконец, из (12b) и (46) можно составить матрицу влияния финансовых характеристик на долгосрочное макроэкономическое равновесие. Данная матрица будет зависеть от того, каково начальное значение премии за риск rp_f , так как некоторые параметры (σ и Θ) влияют на модуль премии за риск, а не на знак:

$$\text{Если } rp_f > 0, \text{ то } \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \bar{l} \\ \bar{l}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - & - & + \\ - & - & - & + \\ + & + & + & - \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma \\ \Theta \\ \frac{V^*}{W} \\ \sigma_\pi \end{bmatrix} \quad (47a)$$

$$\text{Если } rp_f < 0, \text{ то } \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \bar{l} \\ \bar{l}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + & + & - & + \\ + & + & - & + \\ - & - & + & - \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma \\ \Theta \\ \frac{V^*}{W} \\ \sigma_\pi \end{bmatrix} \quad (47b)$$

Итак, (44) и (47a,b) полностью характеризуют статику экономической системы из двух стран.

Следующим шагом анализа является анализ динамики системы. В данном случае принципиально важно знать, как система будет двигаться к стационарной точке, описанной выше уравнениями (41 - 45).

Динамика системы

Перед тем как работать с основными динамическими уравнениями системы, детализуем зависимость $\dot{s}^e(q) \Big|_{PFP}$ от основных экзогенных переменных:

$$\dot{s}^e = \theta \cdot (\bar{q} - q) + (1 + \delta) \cdot \dot{m} + \delta \cdot [\gamma \cdot (l - l^*) + 2 \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cdot q + \frac{2c}{b+c} \cdot rp_f(q) - (\frac{1-\alpha_1}{\alpha_3} + \gamma) \cdot (y - y^*)] \quad (38d)$$

Теперь выпишем основные динамические уравнения системы:

$$\dot{s}^e = -\gamma \cdot [(l - l^*) - \alpha_0 \cdot (y - y^*)] + \beta \cdot rp_f(q) \quad \text{кривая } \mathbf{AM} \quad (26a)$$

$$\dot{s}^e = \theta \cdot (\bar{q} - q) + (1 + \delta) \cdot (\dot{m} - \dot{m}^*) + \delta \cdot [\gamma \cdot (l - l^*) + 2 \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cdot q + \frac{2c}{b+c} \cdot rp_f(q) - (\frac{1-\alpha_1}{\alpha_3} + \gamma) \cdot (y - y^*)] \text{ кривая } PFP \quad (38d)$$

$$\dot{p} = (1 + \delta) \cdot \dot{m} + \delta \cdot [\gamma \cdot l + \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cdot q + \frac{c}{b+c} \cdot rp_f(q) - (\frac{1-\alpha_1}{\alpha_3} + \gamma) \cdot y] \quad \text{кривая } \dot{p} \quad (33a)$$

$$\dot{p}^* = (1 + \delta) \cdot \dot{m}^* + \delta \cdot [\gamma \cdot l^* - \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \cdot q - \frac{c}{b+c} \cdot rp_f(q) - (\frac{1-\alpha_1}{\alpha_3} + \gamma) \cdot y^*] \quad \text{кривая } \dot{p}^* \quad (37)$$

Анализ данных динамических уравнений мы проведем графически в координатах \dot{s} (\dot{p}) и q .

На рисунке 7 графически изобразим состояние общего равновесия системы, которое бы удовлетворяло условиям краткосрочного равновесия, и одновременно системе (41).

Равновесие в системе наступит при некоторых равновесных значениях реального валютного курса \bar{q} и реального предложения денег \bar{l} , при которых, как мы уже отмечали, инфляция в отечестве $\dot{p}(\bar{q}, \bar{l}) = \dot{m}$ и за рубежом $\dot{p}^*(\bar{q}, \bar{l}) = \dot{m}^*$, а ожидаемый темп роста валютного курса $\dot{s}^e(\bar{q}, \bar{l}) = \dot{s}(\bar{q}, \bar{l}) = \dot{p} - \dot{p}^* + \theta \cdot (\bar{q} - q) = \dot{m} - \dot{m}^*$.

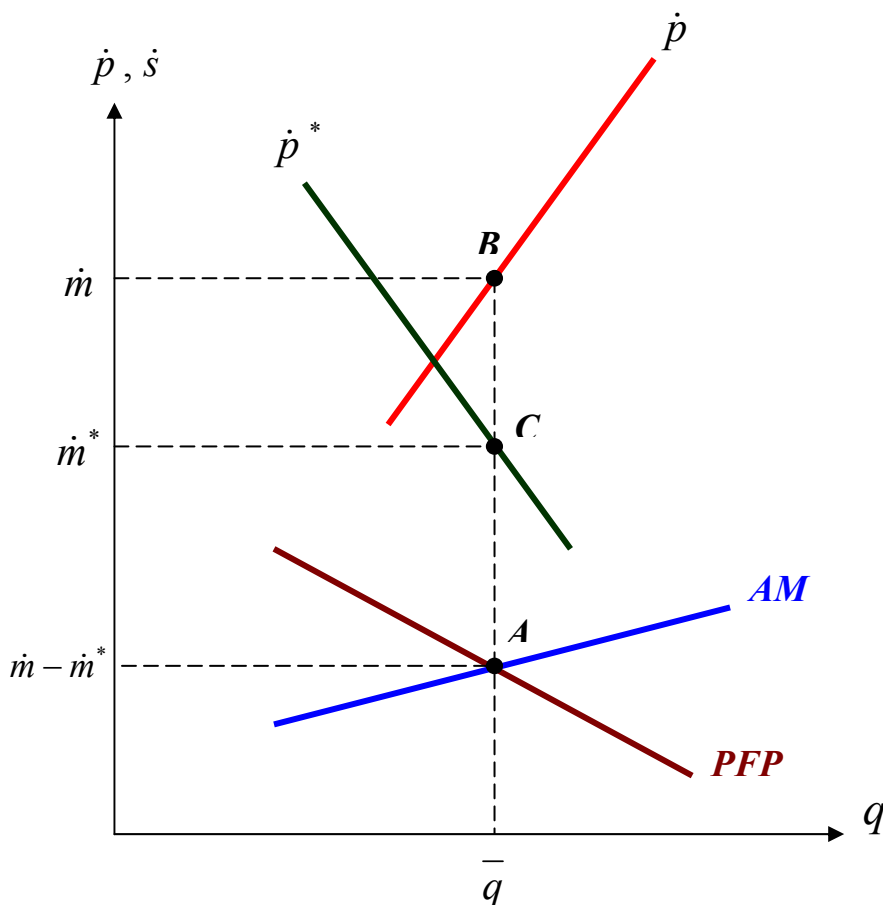


Рисунок 7. Общее равновесие в системе.

Графически это означает, что кривые AM и PFP (которые определяют равновесный $\dot{s}^e = \dot{s}$) пересекаются в точке A с координатами $(\dot{m} - \dot{m}^*, \bar{q})$, кривая \dot{p} проходит через точку B с координатами (\dot{m}, \bar{q}) , а кривая \dot{p}^* через точку C (\dot{m}^*, \bar{q}) .

Заметим, что, так как коэффициенты в отечественных и зарубежных уравнениях одинаковые, то тангенсы углов наклона кривых \dot{p} и \dot{p}^* будут одинаковыми с точностью до знака.

В состоянии, описанном на рисунке 7, переменные q и l меняться не будут: $\dot{q}(\bar{q}, \bar{l}) = 0$ и $\dot{s}(\bar{q}, \bar{l}) = 0$, но если в экономике происходит некоторый шок, равновесие разрушается. Посмотрим, каким образом оно будет восстанавливаться.

Увеличение денежной массы

Проанализируем случай увеличения предложения денег отечественным ЦБ.

На рисунке 8 изображена подстройка системы под новое равновесие.

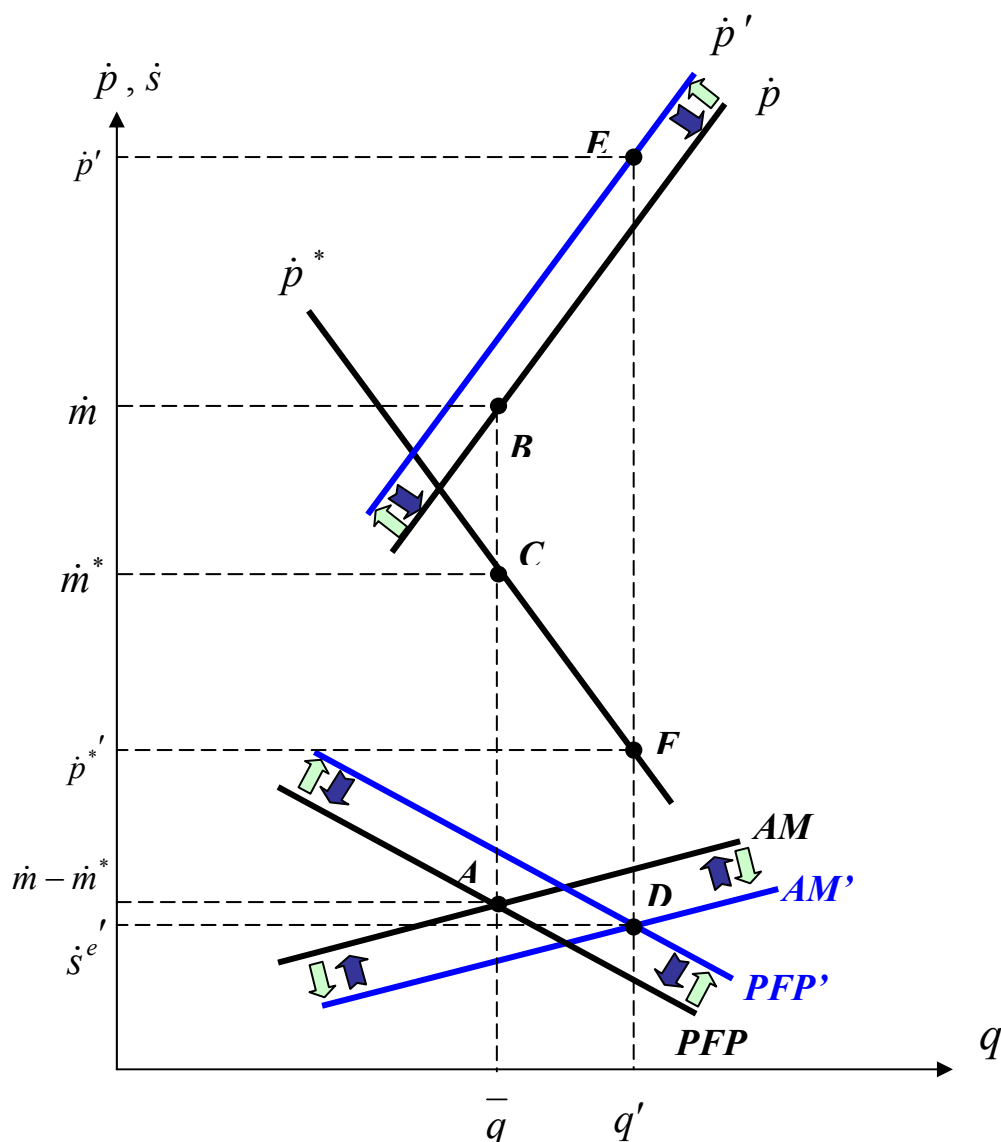


Рисунок 8. Реакция системы на увеличение ЦБ предложения денег.

В начальный момент времени система находилась в равновесии (точки A , B , C). После произошедшего увеличения денежной массы кривые AM , PFP \dot{p} согласно (26а), (38d), (33а) сдвинулись в положение AM' , PFP' и \dot{p}' соответственно. Сразу после скачка отечественной денежной массы экономики окажутся в точках D , E , F .

В начальный момент времени реальный валютный курс подрос до q' за счет скачка номинального валютного курса. В тоже время темп роста номинального валютного курса $\dot{s} = \dot{s}^e$ немного замедлился до \dot{s}' , зарубежная инфляция упала до \dot{p}^* , а отечественная возросла до \dot{p}' . Все три фактора привели к тому, что $\dot{q}' \equiv \dot{s}' - \dot{p}' + \dot{p}^* < 0$.

Дальнейшие рассуждения покажут, что простого возврата реального валютного курса к прежнему уровню не будет. В системе двух стран должны возникнуть *колебания реального валютного курса вокруг равновесного уровня*. Это произойдет потому, что в процессе подстройки отечественной экономики, изменится предложение реальной денежной массы за рубежом. Действительно, краткосрочный период высокого реального валютного курса в отечестве повлияет на спрос за границей (спрос упадет). В итоге цены за границей будут расти медленнее, чем денежная масса: $\dot{p}^* < \dot{m}^*$, а реальное предложение денег будет расти $\dot{l}^* > 0$.